ДӘРІС КЕШЕНІ

Пәні: Математика – бөлім 2

Пән коды: Mat 1201-2

БББ атауы және шифры: 6В07201- «Фармацевтикалық өндіріс технологиясы»

Оқу сағаты/ кредит көлемі: 150/5

Оқылатын курсы мен семестрі: 1,2

Дәріс көлемі: 10 (сағат)

Шымкент, 2024 жыл

Дәріс кешені " Математика – бөлім 2" пәнінің жұмыс оқу бағдарламасына (силлабус) сәйкес әзірленген және кафедра мәжілісінде талқыланды.

Хаттама №_11_ «_30_»_05_20_24_ж.

Кафедра меңгерушісі: Иванова М.Б. ____________

№ 1 Дәріс

1. Тақырыбы: Көп айнымалы функцияның дифференциалы
2. Мақсаты: Студенттерге көп айнымалы функцияның дифференциалын анықтауды түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:
1. Көп айнымалы (аргументті) функция туралы ұғым.
2. Екі аргументті функцияның толық және дербес өсімшелері.
3. Екі аргументті функцияның дербес туындылары.
4. Жоғарғы ретті дербес туындылар.
5. Екі аргументті функцияның толық және дербес дифференциалдары.

Көп аргументті функция туралы ұғым :

Бізді қоршаған ортада жүретін үдерістердің көпшілігі бірнеше аргументердің арасындағы байланысты сипаттайтын заңдылықтар арқылы жүреді. Олардың біреуі басқаларымен функционалды түрде байланысқан болады.
Мысалы, төртбұрыштың ауданы: ені мен ұзындығына S=xy байланысты екі аргументті функция болса, ал тікбұрышты параллелепипедтің көлемі: V=xyz үш аргументті функция болады.
Газдың жағдайын сипаттайтын pV = RT теңдеуі: «p»-қысым, «V»-көлем және «T» - температура (R - газдың универсал тұрақтысы) үш аргументтің арасындағы тәуелділікті көрсетеді.
Ағзаның кез келген физиологиялық сипаттамасы (қысым, температура, бойдың ұзындығы және т.б.) көп аргументті функцияға жатады. Мысалы, дене бетінің әр түрлі нүктесіндегі өлшенген «T» температура, өлшенген нүктенің координатасыжәне сол уақыттың T = f(x, y, z, t) функциясы болады.
Бұндай тәуелділікті зертеу үшін көп аргументті функция деген ұғым енгізілді. Көп аргументті функция теориясының негізі екі аргументі функция негізімен бірдей.
Егер айнымалы «z» мәні екі аргумент «x» және «y» -тің (x,y) қос мәніне белгілі- бір ережемен немесе заңмен тәуелді болса, онда «z» екі аргументті функция деп аталады.
Екі айнымалы аргументті функция ның белгіленуі: z = f(x, y).
Екі аргументті функцияның толық және дербес өсімшелері:
z = f(x,y) екі аргументті функциясы берілсін.
Егер «x» және «y» сәйкес «Δx» және «Δy»өсімше алса, онда берілген нүктеде функция (x+Δx; y+Δy) өсімше алады. Разность f(x+Δx, y+Δy) - f(x,y) – айырымын z = f(x,y) функцияның толық өсімшесі «Δf» деп атайды:
Δf = f (x+Δx, y+Δy)-f(x,y).
Егер тек бір аргументке өсімше берсе, онда z = f(x,y) функцисы осы аргумент бойынша дербес өсімше алады.
Δxf(x,y)= Δxf = f(x+Δx, y) – f(x,y) – айырымын z = f(x,y) функциясының «x» аргументі бойынша алған дербес өсімшесі деп атайды.
Δyf(x,y) = Δyf = f(x, y+Δy) - f(x,y) - айырымын z = f(x,y) функциясының «y» аргументі бойынша алған дербес өсімшесі деп атайды.
Екі аргументті функцияның дербес туындылары:
z = f(x,y) функциясының берілген (x;y) нүктесіндегі «x» аргументі бойынша бірінші ретті дербес дербес туындысы деп келесі шекті айтады:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta_x f}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x, y)-f(x,y)}{\Delta x}$$

z = f(x,y) функцияның «x» аргументі бойынша бірінші ретті дербес дербес туындысының белгіленуі: z'x, fx '(x, y), $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial x}$

z = f(x,y) функцияның «у» аргументі бойынша бірінші ретті дербес дербес туындысының

белгіленуі: z'y, fy '(x, y), $\frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial z}{\partial y}$

Дербес туынды бір аргументке байланысты болғандықтан қарапайым туынды сияқты оны оңай анықтауға болады.

Ол үшін дифференциалдаудың ережелерін қолдана отырып, қандай аргумент тұрақты сан деп, ал қандай аргумент айнымалы деп алынғанын ескеру қажет.

Ескерту! f(x, y), функциясының ∂f/ ∂x туындысын табу үшін «y=const» деп алып, «x» аргументі бойынша бір аргументті функцияның туындысын анықтаған жолмен табады. ∂f/∂y –керісінше табады.

Жоғарғы ретті дербес туындылар:

Егер f(x,y) функциясының дербес бірінші ретті туындысы болса, $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$

онда функцияның «x» және «y» аргументтері бойнша алынған дербес туындысы - екінші ретті дербес туынды деп аталады.

Егер екінші ретті дербес туындыдан тағы дербес туынды алса,онда ол үшінші ретті дербес туынды деп аталады тағы с.с.

Екі аргументті функцияның толық және дербес дифференциалдары:

Егнр z = f(x,y) функциясының дербес туындысы болса, онда: $\frac{\partial f}{\partial x}dx$ - көбейтіндісі f(x,y) функциясының «x» аргументі бойынша алынған дербес туындысы деп аталады.

$\frac{\partial f}{\partial y}dy$ - көбейтіндісі f(x,y) функциясының «y» аргументі бойынша алынған дербес туындысы деп аталады.

z = f(x,y) функциясының дербес дифференциалдарының қосындысын толық дифференциал деп атайды: $\partial f = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.
7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары :

1. Екі аргументті функцияның дербес өсімшелері деп қандай өсімшелерді айтады?
2. Екі аргументті функцияның дербес туындыларынан дифференциал-дарының айырмашылығы неде?

№ 2 Дәріс

1. Тақырыбы: Қос интеграл және оның негізгі қасиеттері
2. Мақсаты: Студенттерге қос интеграл және оның негізгі қасиеттерін түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1. Қос интеграл туралы түсінік.
2. Интегралдық қосынды.
3. Қос интеграл және оның негізгі қасиеттері.
4. Қос интегралды есептеу ережелері.

f(x,y) функциясы Oxy жазықтығындағы шектелген тұйық «D» облысында анықталсын. Еркін түрде «D» облысын аудандары: $\Delta\sigma1$, $\Delta\sigma2$, ..., $\Delta\sigma n$ және диаметрі: d1, d2, … , dn - «n» элементар облыстарға бөлейік. Облыстардың диаметрі деп осы обылыстардың шекараларының екі нүктксінің ең үлкен арақашақтығын айтады. Әрбір элементар обылыстан Pk(ζk;ηk) еркін нүкте таңдап алып, осы «Pk» нүктесіндегі функцияның мәнін осы обылыстың ауданына көбейтейік.

«D» облысындағы f(x,y) функциясының индегралдық қосындысы:

$$\sum_{k=1}^{n} f(\varsigma_k,\eta_k)\Delta\sigma_k = f(\varsigma_1,\eta_1)\Delta\sigma_1 + f(\varsigma_2,\eta_2)\Delta\sigma_2 + \ldots + f(\varsigma_n,\eta_n)\Delta\sigma_n$$

«D» облысы бойынша f(x,y) функциясының қос интегралы деп ең үлкен элементар облстың диаметрі нөлге ұмтылған кездегі интегралдық қосындының шегін айтады:

$$\iint_D f(x,y)d\sigma = \lim_{\max d_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(\varsigma_k,\eta_k)\Delta\sigma_k$$

Егер f(x,y) функциясы «D» тұйық облысында үздіксіз болса, онда интегралдық қосындының шегі болады. Ол «D» облысын қандай әдіспен бөлгенге және нүктені қалай таңдап алғанға байланысты болмайды.

Егер «D» облсында f(x,y)>0 болса, онда қос интеграл $\iint_D f(x,y)d\sigma$ жоғары жағынан z = f(x,y) бетімен, бүйір жағынан «Oz» өсіне параллель цилиндрлік бетпен, ал төменгі жағынан xOy жазықтығындағы «D» облысымен шектелген цилиндрлік дененің көлеміне тең болады.

Қос интенрелдың негізгі қасиеттері:

1. $\iint_D (f_1(x,y)+f_2(x,y))d\sigma = \iint_D f_1(x,y)d\sigma + \iint_D f_2(x,y)d\sigma$

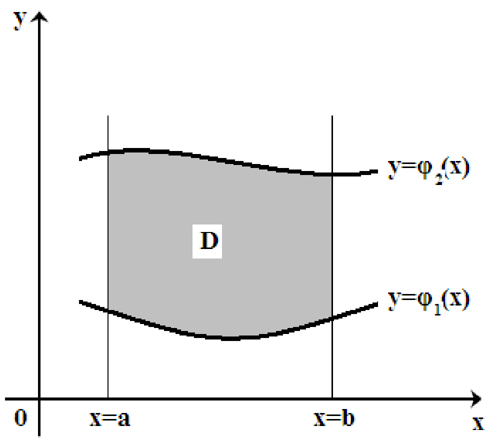
2. $\iint_D (f_1(x,y)-f_2(x,y))d\sigma = \iint_D f_1(x,y)d\sigma - \iint_D f_2(x,y)d\sigma$

3. $\iint_D c(f_1(x,y)d\sigma = c\iint_D f_1(x,y)d\sigma$

4. Егер «D» интегралдау облысы «D1» және «D2» екі облысқа бөлінсе, онда қос интеграл екі облыстан алынған интегралдардың қосындысына тең болады:

Қос интегралды есептеу ережелері:

1. «D» интегралдау облысы оң және сол жақтарынан x = a және x=b (a < b) тузулерімен, ал жоғары және төмен жақтарынан y=φ1(x) және y=φ2(x) (φ1(x) ≤ φ2(x)) үздіксіз қисықтарымен шектелген (әрқайсысы тік түзудің тек бір нүктесіменқиылысысды.



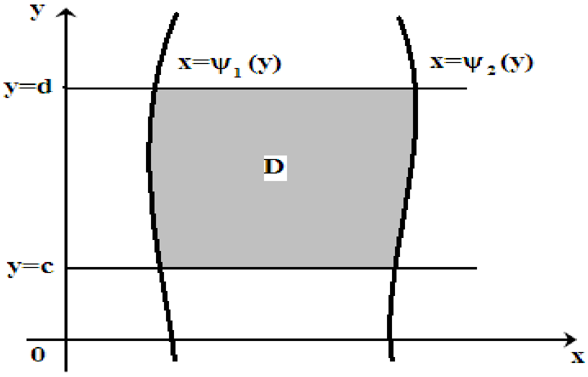
Мұндай облыс үшін қос интеграл мына формуламен есептеледі:

$$\iint_D f(x,y)dxdy = \int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)dy$$

алдымен «x» тұрақты деп есептелетін келесі интеграл есептеледі: $\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)dy$

2. «D» интегралдау облысы оң және сол жақтарынан y=c және y=d (c<d) түзулерімен, ал жоғары және төмен жақтарынан x= ψ1(y) и x = ψ2(y) (ψ1(y)≤ ψ2(y)), үздіксіз қисықтарымен шектелген (әрқайсысы көлденең түзудің тек бір нүктесімен қиылысыды.

Мұндай облыс үшін қос интеграл мына формуламен есептеледі: $\iint_D f(x,y)dxdy = \int_c^b dx \int_{\psi_1(x)}^{\psi_2(x)} f(x,y)dx$ алдымен «y» тұрақты деп есептелетін келесі интеграл есептеледі: $\int_{\psi_1(x)}^{\psi_2(x)} f(x,y)dx$



Берілген формуланың оң жағы екі еселі немесе қайталанатын интеграл деп аталады.

1. $\iint_D x\ln y dxdy$ қос интегралын есептеу:

«D» облысы 0 ≤ x ≤ 4, 1 ≤ y ≤ e – тік төртбұрыш.

Шешуі: $\iint_D x\ln y dxdy = \int_0^4 xdx \int_1^e \ln y dy = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^4 \cdot [y\ln y - y]_1^e = 8(e-e+1) = 8$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013

2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.

3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.

4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.

5. Математика. ІІ-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.

6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.

7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304

8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.

2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет

3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных

краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары:

1. Қос интеграл деп нені айтады?
2. Қос интегралдың негізгі қасиеттерін атаңыздар?

№ 3 Дәріс

1. Тақырыбы: Бірінші және екінші текті қисық сызықты интеграл және оның негізгі қасиеттері

2. Мақсаты: Студенттерге бірінші және екінші текті қисық сызықты интеграл және оның негізгі қасиеттерін түсіндіру.

3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:

1. Бірінші текті қисық сызықты интеграл.
2. Бірінші текті қисық сызықты интегралдың негізгі қасиеттері.
3. Екінші текті қисық сызықты интеграл.
4. Еінші текті қисық сызықты интегралдың негізгі қасиеттері.

Бірінші текті қисық сызықты интеграл:

f(x,y) функциясы y=φ(x) (a≤x ≤b) теңдеуімен сипатталатын «К» қисығындағы «АВ» доғасының нүктесінде үзіліссіз және анықталған болсын.
«АВ» доғасын еркін түрде A = A0, A1, A2,…, An = B нүктелерінде «n» элементар доғаларға бөлейік. Ak-1 Ak – доғасының ұзындығы - ΔSk

Әрбір элементар доғадан еркін түрде Mk(ζk, ηk) нүкте таңдап алып, осы нүктедегі f(ζk, ηk) - функция мәнін ΔSk доға ұзындығына көбейтейік.

f(x,y) функциясының «АВ» доғасының ұзындығы бойымен алынған индегралдық қосындысы: $\sum_{k=1}^{n} f(\varsigma_k,\eta_k)\Delta S_k$

f(x,y) функциясының «АВ» доғасының ұзындығы бойымен алынған қисық сызықты индегралы деп maxΔSk→0 жағдайдағы интегралдық қосындының шегін айтады:

$$\int_{AB} f(x,y)ds = \lim_{\max \Delta S_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(\varsigma_k,\eta_k)\Delta S_k$$

Мұндағые ds – доғаның дифференциалы.

Бірінші текті қисық сызықты интеграл мына формуламен анықталады:

$$\int_{AB} f(x,y)ds = \int_a^b f[x,\varphi(x)]\sqrt{1+[\varphi'(x)]^2}\,dx.$$

Бірінші текті қисық сызықты интегралдың негізгі қасиеттері:

1. Бірінші текті қисық сызықты интеграл, интегралдау жолдарының бағытына байланысты болмайды:

$$\int_{AB} f(x,y)ds = \int_{BA} f(x,y)ds$$

2. $$\int_K [f_1(x,y) \pm f_2(x,y)]ds = \int_K f_1(x,y)ds \pm \int_K f_2(x,y)ds.$$

3. $$\int_K cf(x,y)ds = c\int_K f(x,y)ds,\ \textit{мұндағы}\ "c" - \textit{тұрақты}.$$

4. Егер интегиралдау «К» аймағын «К1» және «К2» екі бөлікке бөлсе, онда:

$$\int_K f(x,y)ds = \int_{K_1} f(x,y)ds + \int_{K_2} f(x,y)ds.$$

P(x,y) және Q(x,y) функциялары «К» қисығындағы y = φ(x) (a≤x ≤ b) теңдеумен сипатталатын «АВ» доғасының нүктесінде үзіліссіз және анықталған болсын.

Координата бойынша алынған P(x,y) және Q(x,y) функцияларының интегралдық қосындысы деп келесі қосындыны айтады:

$$\sum_{k=1}^{n}\left[P(\varsigma_k,\eta_k)\Delta x_k + Q(\varsigma_k,\eta_k)\Delta y_k\right]$$

мұндағыгде Δxk және Δyk – элементар доғалардың «Ох» және «Оу» өстеріне проекциясы. P(x,y)dx + Q(x,y)dy шамаларынан «АВ» доғасының бағытымен алынған екінші текті қисық сызықты интеграл деп, max Δxk→0 и max Δyk→0 шарттары орындалғандағы интеглалдық қосындының шегін айтады:

$$\int_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \lim_{\substack{\max \Delta x_k \to 0 \\ \max \Delta y_k \to 0}} \sum_{k=1}^{n}\left[P(\varsigma_k,\eta_k)\Delta x_k + Q(\varsigma_k,\eta_k)\Delta y_k\right]$$

Екінші текті қисық сызықты интеграл «АВ» қисық жолдағы айнымалы күштің F= P(x,y)i + Q(x,y) j атқарған жұмысы.

Еінші текті қисық сызықты интегралдың негізгі қасиеттері:

1. Екінші текті қисық сызықты интеграл, интегралдау жолдарының бағытын өзгерткенде өз таңбасын қарама-қарсы таңбаға өзгертеді: $\int_{AB} Pdx + Qdy = -\int_{BA} Pdx + Qdy$

$$\int_{AB} Pdx + Qdy = \int_{AB} Pdx + \int_{AB} Qdy$$

3. Қалған қасиеттері бірінші текті қисық сызықты интегралдардың қасиеттерімен бірдей.

Екінші текті қисық сызықты интеграл мына формуламен есептеледі:

$$\int_K P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_a^b \{P[x,\varphi(x)] + \varphi'(x)Q[x,\varphi(x)]\}dx$$

Есепте: $\int_K (x-y)ds,$ мұндағы «К» - А(0; 0) -ден В(4;3)-ке дейінгі түзудің кесіндісі.

Шешуі. «АВ» түзуінің теңдеуі y = (3/4) x. Оның туындысы y' = 3/4, сонда:

$$\int_K (x-y)ds = \int_0^4 (x-\frac{3}{4}x)\sqrt{1+\frac{9}{16}}dx = \frac{5}{16}\int_0^4 xdx = \frac{5}{32}x^2\Big|_0^4 = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.
7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары:

1. Қандай интеграл бірінші текті қисық сызықты интеграл деп аталады?
2. Бірінші текті қисық сызықты интегралдың негізгі қасиеттерін атаңыз?
3. Қандай интеграл екінші текті қисық сызықты интеграл деп аталады?

4. Екінші текті қисық сызықты интегралдың негізгі қасиеттерін атаңыз?

№ 4 Дәріс

1. Тақырыбы: Бірінші және екінші ретті дифференциалдық теңдеулер және олардың түрлері
2. Мақсаты: Студенттерге бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер және олардың түрлерін түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:

1. Дифференциалдық теңдеулер туралы ұғым.
2. Дифференциалдық теңдеудің жалпы және дербес шешуі.
3. Бірінші ретті дифференциалдық теңдеулердің түрлері.
4. Реті төменднтілетін екінші ретті дифференциалдық теңдеулер.
5. Құрамында ізделініп отырған функцияның өзі және оның туындысы болмайтын екінші ретті дифференциалдық теңдеу.
6. Құрамында ізделініп отырған функцияның өзі болмайтын екінші ретті дифференциалдық теңдеу.
7. Екінші ретті, коэффициенттері тұрақты сызықты дифференциалдық теңдеу.

Қарапайым теңдеулерден дифференциалдық теңдеудің негізгі айырмашылығы неде?

Дифференциалдық теңдеу деп «x» тәуелсіз айнымалы, ізделініп отырған y=f(x) функция және y′, y″…, y(n) оның туындысы немесе dy, d2y, … d(n)y дифференциалының арасындағы байланысты сипаттайтын теңдеуді айтады.

Дифференциалдық теңдеудің жалпы түрде жазылуы:
$$F(x, y, y', y'', y''',\ldots,\ y^{(n)}) = 0$$
$$F(x, dy, d^2y, d^3y,\ldots,\ d^{(n)}y) = 0$$

Егер ізделініп отырған y=f(x) функциясы тек бір айнымалыға тәуелді болса, онда дифференциалдық теңдеу қарапайым деп аталады: $y' = 4x^3$

Дифференциалдық теңдеудің реті неге байланысты болады?

Дифференциалдық теңдеудің құрамындағы туындының немесе дифференциалдың ең жоғарғы реті дифференциалдық теңдеудің ретін көрсетеді.

$$y' = 4x^3 + 3 \quad -1 \quad \textit{ретті}$$
$$y'' + 4y' - y = 0 \quad -2 \quad \textit{ретті}$$
$$y''' = \sin(x) \quad -3 \quad \textit{ретті}$$

Егер дифференциалдық теңдеудің оң жақ бөлігі нөлге тең болса, онда бір текті, ал нөлге тең болмаса, онда бір текті емес теңдеу деп аталады.

Дифференциалдық теңдеудің шешулерінің қарапайым теңдеудің шешулерінен айырмашылығы неде?

Дифференциалдық теңдеудің жалпы шешуі
деп сол теңдеуді қанағаттандыратын, құрамында тәуелсіз айнымалы «x» және тұрақты шама «С» болатын
y=f(x,C) - функциясын айтады.

Ф(x,y,C)=0 түрінде жазылған дифференциалдық теңдеудің шешімін жалпы интеграл деп айтады.

Анықталған «С»-нің мәнің жалпы шешімге қойғанда алынған функцияны дербес шешуі деп атайды.

Дифференциалдық теңдеудің түрлері:

1. $f_1(x)\varphi_1(y)dx + f_2(x)\varphi_2(y)dy = 0$ түрдегі дифференциалдық теңдеуді айнымалылары дараланатын бірінші ретті дифференциалдық теңдеу деп айтады.
Бұл теңдеуді шешу үшін:
1) Теңдеудегі айнымалыларды даралау керек: $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx + \frac{\varphi_2(y)}{\varphi_1(y)}dy = 0$
Бұл айнымалылары дараланған бірінші ретті теңдеу.
2) Айнымалылары дараланған бірінші ретті теңдеудің екі жағын интегралдау керек:
$\int \frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx + \int \frac{\varphi_2(y)}{\varphi_1(y)}dy = C$
3) Интегралдау арқылы алынған функция сол дифференциалдық теңдеудің жалпы шешуі деп аталады.

Мысал:

$$y' = y^2 \cos x$$
$$\frac{dy}{dx} = y^2 \cos x$$
$$\frac{dy}{y^2} = \cos x dx$$
$$\int \frac{dy}{y^2} = \int \cos x dx \Rightarrow \int y^{-2} dy = \int \cos x dx$$
$$-y^{-1} = \sin x + C$$
$$\frac{1}{y} = -\sin x + C \quad - \quad \textit{жалпы шешімін}$$

2. $y' + p(x)y = f(x)$ түрдегі дифференциалдық теңдеуді бірінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеу деп айтады.
Бұл теңдеудің шешуі бір-біріне тәуелсіз екі функцияның көбейтіндісі
y = uv, мұндағы u=u(x), v=v(x) түрінде анықталады.
Теңдеуді шешу үшін:
1) y=uv функциясынан бірінші ретті туынды алу керек. $y' = u'v + uv'$
2) Туындының және функцияның мәнін берілген негізгі теңдеуге қою керек.
$$u'v + uv' + p(x)uv = f(x)$$
3) Екінші және үшінші қосылғыштарды топтап «u»-ды жақшаның сыртына шығару керек.
$$u'v + u(v' + p(x)v) = f(x)$$
4) Екінші қосылғышты нөлге теңестіріп, жүйеден «v» функциясын анықтау керек
$$\begin{cases} v' + p(x)v = 0 \\ u'v = f(x) \end{cases}$$

$$v' = -p(x)v$$
$$\frac{dv}{dx} = -p(x)v$$
$$\frac{dv}{v} = -p(x)dx$$
$$\int \frac{dv}{v} = -\int p(x)dx$$
$$\ln v = -\int p(x)dx$$
$$v = e^{-\int p(x)dx}$$

5) Анықталған «v» функциясын жүйедегі теңдеуге қойып, «u» функциясын анықтау керек.

$$u'v = f(x)$$

$$u' = \frac{f(x)}{e^{-\int p(x)dx}}$$

$$u' = f(x)e^{\int p(x)dx}$$

$$u = \int f(x)e^{\int p(x)dx}dx$$

6) Теңдеудің шешуі: $y = uv = e^{-\int p(x)dx}\int f(x)e^{\int p(x)dx}dx$

Екінші ретті дифференциалдық теңдеулер:

F(x, y, y', y'') = 0 –теңдеуді екінші ретті дифференциалдық теңдеу деп атайды.

y'' = f(x, y, y') –теңдеуінің жалпы шашуі құрамында екі тұрақты шама болатын функция болады:

y = φ(x, C1,C2).

Реті төмендeнтілетін екінші ретті дифференциалдық теңдеулердің түрлері:

1.1. Құрамында ізделініп отырған функцияның өзі және оның туындысы болмайтын екінші ретті теңдеу:

y'' = f(x) – түрдегі құрамында ізделініп отырған функцияның өзі және оның туындысы болмайтын екінші ретті дифференциалдық теңдеу деп атайды.Бұндай теңдеулер олардың ретін төмендете алатын жаңа функция енгізу арқылы екі рет интегралдағанда шешіледі. u(x) функциясын енгізейік:

Егер бірінші ретті туындыны y' = u(x) деп алмастырсақ, онда екінші ретті туынды:

y'' = (y')' = u'(x) және u'(x) = f(x) немесе du/dx = f(x) болады.

Айнымалыларды бөліп, интегралдау арқылы бірінші ретті туындыны анықтаймыз:

$$du = f(x)dx, \int du = \int f(x)dx, u(x) = \int f(x)dx + C_1$$

немесе

$$y' = \int f(x)dx + C_1, \frac{dy}{dx} = \int f(x)dx + C\ .$$

Айнымалыларды бөліп, интегралдау арқылы функцияны анықтаймыз:

$$dy = (\int f(x)dx + C_1)dx,$$

$$\int dy = \int(\int f(x)dx + C_1)dx,$$

$$y = \int(\int f(x)dx) + C\ x + C_2$$

- берілген теңдеудің жалпы шешуі

Мысал. y'' = x- теңдеуінің жалпы шешу керек.

Шешуі. y' = u(x) деп белгілесе, онда

y''= u'(x) және u'(x) = x немесе du/dx = x. Айнымалыларды бөліп, интегралдау арқылы бірінші ретті туындыны анықтаймыз:

$$du = xdx, \int du = \int xdx, u = \frac{x^2}{2} + C_1$$

немесе

$$y' = \frac{du}{dx} = \frac{x^2}{2} + C_1.$$

1.2 1.2. Құрамында ізделініп отырған функцияның өзі болмайтын екінші ретті дифференциалдық теңдеу:

y'' = f(x,y') түрдегі құрамында ізделініп отырған функцияның өзі болмайтын екінші ретті дифференциалдық теңдеу деп атайды.. y' =z(x) жаңа функциясын енгізе отырып «z» салыстырғанда бірінші ретті теңдеу аламыз: z' = f(x, z).
Мысал. (1 + x2)y'' - 2xy' = 0- теңдеуінің жалпы шешуін табу керек.
Шешуі.

$$(1+x^2)z' - 2xz = 0,$$

Егер y' = z, y'' = z' алмастырса, онда: $$(1+x^2)\frac{dz}{dx} - 2xz = 0$$

$$\frac{dz}{z} = \frac{2x}{1+x^2}dx;$$

Айнымалыларын бөліп, интегралдаймыз: $$\int\frac{dz}{z} = \int\frac{2x}{1+x^2}dx:$$

$$\ln(z) = \ln(1+x^2) + \ln(C_1)$$

Потенцирлегенде: z=C1(1+x2) өрнегі алынады.
 Бұдан z = y болғанда, y'=C1(1+x2) немесе dy/dx=C1(1+x2) немесе dy=C1(l+x2)dx болады .
Айнымалыларды бөліп, интегралдау арқылы функцияны анықтаймыз:

$$\int dy = \int C_1(1+x^2)dx$$

 y = C1 x3/3+ C1x+ C2 – жалпы шешуі.

2. $y'' + py' + qy = 0$

- түрдегі дифференциалдық теңдеуді бір текті, екінші ретті, коэффициенттері тұрақты (p, q - const) сызықты дифференциалдық теңдеу деп айтады.
Бұл теңдеудің жалпы шешімі y=ekx – Эйлердің функциясы арқылы анықталады.
Теңдеуді шешу үшін:
1) y=ekx – Эйлердің функциясынан бірінші және екінші ретті туынды табу керек.

$$y' = ke^{kx} \quad y'' = k^2e^{kx}$$

2) Берілген теңдеудегі функцияның, бірінші және екінші ретті туындыларының орнына табылған мәндерді қою керек.

$$k^2e^{kx} + pke^{kx} + qe^{kx} = 0$$

3) Эйлердің функциясын жақшаның сыртына шығарғанда, оның нөлге тең болмайтындығын ескеріп, екінші көбейткішті нөлге теңеп жазу керек.

$$e^{kx}(k^2 + pk + q) = 0$$

$$e^{kx} \neq 0, k^2 + pk + q = 0$$

$$k^2 + pk + q = 0$$

Бұл теңдеу екінші ретті, коэффициенттері тұрақты сызықты дифференциалдық теңдеудің сипаттаушы теңдеуі деп аталады.

$$k^2 + pk + q = 0,$$

4) Сипаттаушы теңдеудің түбірлерін табу керек. $$k_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

5) Екінші ретті, коэффициент-тері тұрақты сызықты дифференциалдық теңдеудің жалпы шешуі сипаттаушы теңдеудің түбірлеріне байланысты болады:

5.1 Егер сипаттаушы теңдеудің k1 және k2 түбірлері нақты, әр-түрлі сан болса, онда

$$D > 0, k_1 \neq k_2$$

теңдеудің жалпы шешуі: $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$

5.2 Егер сипаттаушы теңдеудің k1 және k2 түбірлері нақты, бір-біріне тең сан болса, онда

$$D = 0, k_1 = k_2 = k$$

теңдеудің жалпы шешіуі: $y = e^{kx}(C_1 x + C_2)$

5.3 Егер сипаттаушы теңдеудің k1 және k2 түбірлері жорымал яғни жалған сан болса, онда

$$D < 0, k_1 \neq k_2, k_{1/2} = \alpha + \beta i$$

теңдеудің жалпы шешімі: $y = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

$мұндағы: \alpha = -\frac{p}{2}, \beta = \sqrt{D}, i = \sqrt{-1}.$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.
7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі окулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие.

– Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Мататматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары:

1. Дифференциалдық теңдеудің жалпы шешуінен дербес шешуінің айырмашылығы неде?
2. Дифференциалдық теңдеулер фармацияда қандай мақсатта қолданылады?
4. Екінші ретті дифференциалдық теңдеудлер фармацияда қандай мақсатта қолданылады?

№ 5 Дәріс

1. Тақырыбы: Физика-химиялық және фармацевтикалық мазмұндағы есептерге диференциялдық теңдеу құру және шешу

2. Мақсаты: Студенттерге физика-химиялық және фармацевтикалық мазмұндағы есептерге диференциялдық теңдеу құруды және шешуді үйрету.

3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:

Фармация, биология және медицинадағы қолданбалы есептер:

1. Дәрілік заттың еру заңы.
2. Уақыт ішінде бактерияның өсу заңы.
3. Уақыт ішінде таяқша тәрізді жасушаның өсу заңы.
4. Дыбыс өрісінде жасушаның бұзылу заңы.
5. Эпидемия теориясына диференциялдық теңдеу құру және шешу.

Дифференциалдық теңдеулер физика-химиялық, фармацевтикалық және медицина – биологиялық мазмұнды есептерді шешуде маңызды орын алады. Бұл теңдеулерді қолдана отырып, берілген үдерісті немесе құблысты сипаттайтын айнымалы шамалардың арасындағы байланысты анықтау мүмкіндігіне қол жеткізуге болады. Кез келген есепті мамематикалық талдау арқылы шешу үш этаптан тұрады:

1. есептің шартын математикалық тілге аудару;
2. есепті шешу;
3. алынған нәтижені бағалау.

Жұмыстың бірінші бөлігі кәдімгі дифференциалдық теңдеу құру болып табылады. Бұл бөлігі өте қиын соғады, себебі дифференциалдық теңдеу құрудың жалпы әдістері жоқ және бұл облысты зертеу дағдылары накты мысалды жанжақты оқып, үйрену барысында ғана жинақталады:

Фармация, биология және медицинадағы қолданбалы есептер:

1. Дәрілік заттың еру заңы:

Таблеткадағы дәрілік заттың еру жылдамдығы таблеткадағы дәрілік заттың мөлшеріне байланысты (пропорционал) болады. Уақыт ішінде дәрілік зат мөлшерінің өзгеру тәуелділігін анықтау керек.

«t» уақытында таблеткадағы ерімей қалған зат мөлшерін «m» деп белгілейік.

Сонда дәрілік заттың еру жылдамдығы: $dm/dt = -km$, мұндағы k – еру жылдамдығының тұрақтысы.

Минус таңбасы дәрілік зат мөлшерінің уақыт ішінде кемитіндігін көрсетеді.

Айнымалыларды бөліп, интегралдау керек:

$$\frac{dm}{dt} = -kdt,$$

$$\int \frac{dm}{dt} = -\int kdt, \ln(m) = -kt + \ln(C),$$ t = 0 болғанда m=m0 деп алып, C=m0 тұрақтының мәні

$$\ln(m) = \ln e^{-kt} + \ln(C),$$

$$m = Ce^{-kt}.$$

анықталады. m = m0e-kt – дәрілік заттың еру заңы.
2. Уақыт ішінде бактерияның өсу заңы.
Ультрадыбыстық толқынның әерінен суспензиялық орталардың тұтастығы бұзылуын және кішкентай көпіршіктер мен бос кеңістіктер пайда болуын кавитация деп атайды.
Олардың тығыздығы судың тығыздығымен салыстырғанда өте аз болады.
Қарапайым бактериялар, балдырлар, ашытқы, лейкоциттер, эритроциттер әсері жоғары дыбыс өрісінде пайда болатын кавитация кезінде бұзылады.
Әртүрлі биологиялық жасушаның бұзаылуының салыстырмалы жылдамдығы кең диапазондық жиілікте тұрақты болып қалады.
Бұл жылдамдықтар әртүрлі жасушалардың салыстырмалы бұзылғыштығын сипаттайды..
Бұның сандық сипатын анықтау үшін дыбыс өрісінде жасушаның бұзылу жылдамдығын анықтау керек.
Бұл сұрақты зерттей келе ең болмағанда 1 % жасуша бұзылмай қалатындығын мына түрде жазуға болады: dN/dt = - RN, мұндағы «N» - жасуша концентрациясы; «t» - уақыт; «R» - тұрақты шама.

$$\frac{dN}{N} = -Rdt,$$

$$\int \frac{dN}{N} = -\int Rdt,$$

Айнымалыларды бөліп, интегралдау керек: $\ln(N) = -Rt + \ln(C),$

$$\ln(N) - \ln(C) = -Rt$$

$$\ln(\frac{N}{C}) = -Rt, \frac{N}{C} = e^{-Rt}, N = Ce^{-Rt}.$$

t = 0 болғанда N = N0 деп алып, C = N0 тұрақтының мәні анықталады.
N = N0e-Rt - дыбыс өрісінде жасушаның бұзылу заңы.

5. Эпидемия теориясына диференциялдық теңдеу құру және шешу:

Зертелетін ауру созылмалы болған жағдайда эпидемия теориясына диференциялдық теңдеу қалай құрылып, қалай шешілетінін қарастырайық. Бұл кезде инфекцияның берілуі үдерісі аурудың өтуінен де тез жүреді және зақымдалған түр алынып тасталмайды. Ол зақымдалмаған түрмен кездескенде оған тағы да инфекция береді. Бастапқы уақыт t = 0 кезде: «a» - зақымдалған түрдің саны, «b» - зақымдалмаған түрдің саны. Уақыт «t» кезде: x(t) - зақымдалған түрдің саны, y(t) - зақымдалмаған түрдің саны. Бір ұрпақтың өмір сүру мерзімінен кіші кез келген «t» уақыт аралығында мынандай теңдік орын алады: x + y = a + b.

Осы жағдайда y = f(t) уақыт ішінде зақымдалмаған түрдің өзгеру заңын анықтау керек. Инфекция залалданған түрмен залалданбаған түр кездескенде беріледі. Сондықтан залалданбаған түрдің саны, залалданған түрмен залалданбаған түрдің кездесу санын пропорционал түрде уақыт ішінде кемиді. «dt» уақыт аралығы үшін: dy= - βxydt болады. Бұдан dy/dt = - βxy, мұндағы β - пропорционалдық коэффициент. Теңдеуге x=a+b-y мәнін қою арқылы айнымалылары дараланатын дифференциалдық теңдеу алынды: dy/dt = - βy(a + b - y). Дифференциалдар және айнымалыларды даралағаннан кейін теңдеу алынды:

$\frac{dy}{y(a+b-y)} = -\beta dt.$ Бұл теңдеудің сол жағын түрлендірейік:

$$\frac{1}{a+b}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{a+b-y}\right)dy = -\beta t,$$

$$\int\frac{1}{a+b}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{a+b-y}\right)dy = -\int\beta t,$$

Интегралдаймыз: $\frac{1}{a+b}\int\frac{dy}{y}+\frac{1}{a+b}\int\frac{dy}{a+b-y} = -\beta t + C,$

$$\ln(y) - \ln(a+b-y) = -(a+b)\beta t + \ln(C),$$

$$\ln\left(\frac{y}{a+b-y}\right) = \ln(e^{-\beta(a+b)t}) + \ln(C),$$

$$\frac{y}{a+b-y} = Ce^{-\beta(a+b)t}.$$

$$C = \frac{b}{a},$$

t = 0 болғанда, y = b деп, C - анықтаймыз: $\frac{y}{a+b-y} = \frac{b}{a}e^{-\beta(a+b)t}.$

Теңдеуді «y» арқылы шешеміз: $y(t) = \frac{b(a+b)}{b+ae^{\beta(a+b)t}}$ - уақыт ішінде зақымдалмаған түр санының кему заңы.

4. Иллюстрациялық материал:Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.
7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А.

Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары:

1. Дәрілік заттың еру жылдамдығын қалай анықтайды?
2. Дифференциалдық теңдеулерді құру қандай этаптардан тұрады?

№ 6 Дәріс

1. Тақырыбы: Ықтималдықтар теориясының негізі. Ықтималдықтардың классикалық және статистикалық анықтамасы

2. Мақсаты: Студенттерге ықтималдықтар теориясының негізін және оның классикалық, статистикалық анықтамасын түсіндіру.

3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:

1. Ықтималдықтар теориясы туралы түсінік.
2. Ықтималдықтың классикалық және статистикалық анықтамасы.
3. Ықтималдықтар теориясының негізгі теоремалары.

Ықтималдықтар теориясы нені зерттейді?

Ықтималдықтар теориясы құбылыстарға тән жалпы заңдылықтардың кездейсоқ сипатын зерттейді.

Жалпы заңдылықтар және түрлі үдерістер кейбір тәжірибелердің, өлшеулердің, қыймыл, іс-әрекеттердің тұрақты шартты түрде қайталануымен сипатталады.

Ықтималдықтар теориясының негізі неде?

Ықтималдықтар теориясының негізі сынау және оқиға деген ұғымдардан тұрады.

Белгілі бір мақсатпен бірнеше рет шартты түрде қайталанатын қимыл іс әрекет сынау деп аталады.

Сынаудың нәтижесі – оқиға деп аталады.

Оқиғалар латын алфавитының бас әріптермен белгіленеді: А,В,С,...

Оқиғалардың түрлері:

1. Міндетті түрде жүзеге асатын оқиғаны ақиқат оқиға деп атайды.

2. Ешуақытта жүзеге аспайтын оқиғаны мүмкін емес оқиға деп атайды.
3. Сынау кезінде жүзеге асуы да аспауы да мүмкін оқиғаны кездейсоқ оқиға деп атайды.
Кездейсоқ оқиғалардың түрлері:

1. Егер бір оқиғаның жүзеге асуына басқа бір оқиға кедергі жасамаса,онда оқиғалар *үйлесімді* оқиғалар деп аталады.

2. Егер бір оқиғаның жүзеге асуына басқа бір оқиға кедергі жасаса,онда оқиғалар *үйлесімсіз* оқиғалар деп аталады.
Ықтималдықтың анықтамалары:
1. Классикалық анықтамасы: «А» оқиғасының пайда болу ықтималдығы Р(А) сол оқиғаның «m» пайда болу мүмкіндігінің «n» жалпы санына қатынасына тең болады. $P(A)=\frac{m}{n}$

Классикалық анықтамаға сәйкес ықтималдықтың қасиеттері:
1. Ақиқат оқиғаның ықтималдығы бірге тең Р(А)=1 болады.
2. Мүмкін емес оқиғаның ықтималдығы нөлге тең Р(А)=0 болады.
3. Кездейсоқ оқиғаның ықтималдығы нөл мен бірдің арасында жатқан нақты сан 0< Р(А) <1 болады.
2.Статистикалық анықтамасы:
Егер бірдей жағдайда «n» рет сериялы сынау жүргізілсе «А» оқиғасының осы сынауда пайда болуының салыстырмалы жиілігін анықтау қажет.
Егер сериялы сынауда «А» оқиғасы «m» рет пайда болса, онда осы оқиғаның жүргізілген сынаулардың «n» жалпы санына қатынасы осы сериядағы «А» оқиғасының салыстырмалы жиілігі деп аталады. $P^*(A)=\frac{m}{n}=w$

Егер салыстырмалы жиілік бір санның айналасында жиі қайталаныса, онда салыстырмалы жиілік өлшеудің нәтижесін береді. Сондықтан оны «А» оқиғасының статистикалық ықтималдығы деп атайды.
Ықтималдық теориясының негізгі теоремалары:
1. Ықтималдылықтардың қосындысы
Үйлесімсіз екі оқиғаның *қосындысы* деп «А» және «В» оқиғаларының біреуі немесе екеуі де жүзеге асқанда орындалатын оқиғаны айтады. *С=А+В.*
1.1 Үйлесімсіз екі оқиғаның қосындасыны ықтималдығы сол оқиғалардың ықтималдықтарының қосындысына тең: $P(A+B)=P(A)+P(B)$
1.2. Үйлесімсіз бірнеше оқиғалардың біреуінің пайда болу *ықтималдығы* сол оқиғалардың ықтималдықтарының қосындысына тең:

$$P(A_1+A_2+A_3+\ldots+A_n)=\sum_{I=1}^{n}P(A_I)$$

1.3. Ықтималдықтардың толық тобын құратын үйлесімсіз оқиғалардың ықтималдықтарының қосындысы бірге тең:

$$P(A_1+A_2+A_3+\ldots+A_n)=\sum_{I=1}^{n}P(A_I)=1$$

1.4. Үйлесімсіз екі оқиға, оқиғалардың толық тобын құрайтын болса, онда бұл оқиғалар қарама-қарсы оқиғалар деп аталады.
Қарама-қарсы оқиғалардың ықтималдықтарының қосындысы бірге тең:

$$P(A)+P(\bar{A})=p+q=1$$

2. Ықтималдықтардың көбейтіндісі

Тәуелсіз «А» және «В» оқиғаларының *көбейтіндісі* деп сол оқиғалардың екеуі де жүзеге асқанда орындалатын С=АВ оқиғасын айтады.

2.1 Тәуелсіз «А» және «В» оқиғалардың көбейтіндісінің *ықтималдығы* сол оқиғалардың ықтималдықтарының көбейтіндісіне тең:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

2.2. Тәуелді «А» және «В» оқиғаларының көбейтіндісінің *ықтималдығы* сол оқиғалардың біреуінің ықтималдығы мен екіншісінің *шартты* ықтималдығының көбейтіндісіне тең:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B / A) = P(B) \cdot P(A / B)$$

2.3. Ең болмағанда бір оқиғаның пайда болу ықтималдығы бір саны мен сол оқиғаларға қарама-қарсы оқиғалардың ықтималдықтарының көбейтіндісінің *айырмасына* тең:

$$P(A) = 1 - q_1 \; q_2 \; q_3 \ldots q_n = 1 - q^n$$

4. Иллюстрациялық материал:Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.
7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық.

Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б.
https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Мататматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б.
https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары:
1. Үлесімсіз оқиғалардың үйлесімді оқиғадан айырмашылығы неде?
2. Фармацияда ықтималдылықтар теориясы қандай мақсатта қолданылады?

№ 7 Дәріс

1. Тақырыбы: Қайталанатын тәуелсіз сынаулар
2. Мақсаты: Студенттерге қайталанатын тәуелсіз сынауларды қолдануды үйрету.
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1. Қайталанатын тәуелсіз сынаулар.
2. Бернулли формуласы.
3. Муавр-Лапластың локалдық теоремасы .
4. Муавр-Лапластың интегралды теоремасы.

Қайталанатын тәуелсіз сынаулар
Ықтималдықтар теориясында қайталанатын тәуелсіз сынауларда оқиғаның пайда болу *ықтималдығын* есептеу көп қолданылады.
Қайталанатын тәуелсіз сынауларда:
1) сынау саны «n» шекті болады;
2) әрбір сынаудың нәтижесінде «А» оқиғасы жүзеге асады, немесе жүзеге аспайды;
3) сынаулар бір-біріне тәуелсіз болады;
4) «А» оқиғасының әрбір сынауда пайда болу ықтималдығы тұрақты болады.
Бернулли формуласы:
Тәуелсіз қайталанатын сынауларда «n» және «m» сынаудың шамасы оннан кіші, ал «А» оқиғасының әрбір сынаудағы ықтималдылығы (p) тұрақты және бірден кіші болған жағдайда қолданылады: $P_n(m) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}$
Мұндағы Pn(m) – «А» оқиғасының «n» сынаудағы «m» рет пайда болу ықтималдығы.
2. Муавр-Лапластың локалды теоремасы:
Тәуелсіз қайталанатын сынауларда «n» және «m» сынаудың шамасы оннан артық, ал «А» оқиғасының әрбір сынаудағы ықтималдылығы (p) тұрақты, бірден кіші және сынау «m» рет болған жағдайда қолданылады:

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \quad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

$$x = \frac{m-np}{\sqrt{npq}}$$

Мұндағы φ(x) функциясың шамасы арныйы кестеден анықталады.
3. Муавр-Лапластың интегралдық теоремасы:
Тәуелсіз қайталанатын сынауларда «n» және «m» сынаудың шамасы оннан артық, ал «А» оқиғасының әрбір сынаудағы ықтималдылығы (p) тұрақты, бірден кіші және сынау «m1»-ден «m2» дейін болған жағдайда қолданылады:

$$P_n(m) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \quad \Phi(-x) = -\Phi(x)$$

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

4. Пуассон заңы: Тәуелсіз қайталанатын сынауларда «n» оннан артық, «m» оннан кіші, ал «А» оқиғасының әрбір сынаудағы ықтималдылығы (р) тұрақты және 0,1-ден кіші болған жағдайда қолданылады:

$P_n(m) = \frac{\mu^m}{m!} e^{-\mu}, \quad \mu = np$ $e^{-\mu}$ - функциясының шамасы арнайы кестеден анықталады.

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.
7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқұ құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б.

https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Мататматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б.
https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары:

1. Бернулли формуласы қай кезде қолданылады?
2. Фармацияда тәуелсіз қайталанатын сынаулар қандай мақсатта қолданылыды?

№ 8 Дәріс

1. **Тақырыбы:** Кездейсоқ шамалар. Дискретті кездейсоқ шаманың үлестірім заңы және сандық сипаттамалары
2. **Мақсаты:** Студенттерге кездейсоқ шамаларды. Дискретті кездейсоқ шаманың үлестірім заңы және сандық сипаттамаларын түсіндіру.

3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:

1. Кездейсоқ шамалар туралы ұғым.
2. Дискретті кездейсоқ шамалар.
3. Дискретті кездейсоқ шамалардың үлестірім заңдары.
4.Дискретті кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары.

Кездейсоқ шамалар деп қайндай шамаларды айтады, олардың қарапайым шамалардан айырмашылығы неде?

Сынау нәтижесінде алынған мүмкін болатын мәндердің жиынынан бір, тек бір ғана мән қабылдайтын шамаларды кездейсоқ шамалар деп атайды.

Кездейсоқ шамаларға: бір күнде дәріханаға түсетін рецепттердің саны, белгілі аймақтағы тұратын аурулар саны, адамның өмірі, өлшеу нәтижесінде болатын ауытқулар және т.б. мысал болады.

Кездейсоқ шамалар латынның бас әріптерімен (X,Y,Z,…), ал олардың қабылдайтын мәндері кіші әріптермен (x,y,z,…) белгіленеді.

Кездейсоқ шамалардың ықтималдылығы сәйкес P(x), P(y), P(z),…әріптермен белгіленеді.

Кездейсоқ шамалардың түрлері:

Кездейсоқ шамалар қабылдайтын мәндеріне қарай дискретті (үзілісті) және үзіліссіз кездейсоқ шамаларға бөлінеді:

Мүмкін болатын мәндердің жиынынан ықтималдықтары анықталған, бір-біріне байланыссыз мәндерді қабылдайтын кездейсоқ шамаларды дискретті кездейсоқ шамалар деп атайды.

Дискретті кездейсоқ шамалардың саны шекті немесе шексіз болуы мүмкін (дәріске келген студенттердің саны, белгілі бір ауданда әр айда туылған балалардың ішінен туылған ер балалардың саны және т.б.).

2. Егер кездейсоқ шама кейбір шекті немесе шексіз аралықтың барлық мәндерін қабылдайтын болса, онда мұндай кездейсоқ шаманы үзіліссіз кездейсоқ шама деп атайды.

Үзіліссіз кездейсоқ шамалардың саны шексіз болуы мүмкін (өлшеу кезінде ауытқулар, бір күн ішіндегі ауа температурасы және т.б.).

Дискретті кездейсоқ шамалардың үлестіру заңы:

Кездейсоқ шамалардың мүмкін болатын мәндері мен ықтималдықтары арасындағы сәйкестікті дискретті кездейсоқ шамалардың үлестіру заңы деп атайды.

Дискретті кездейсоқ шамалардың үлестіру заңы кесте түрінде беріледі:

X_i	x_1	x_2	…	x_n
P_i	p_1	p_2	…	p_n

Мүмкін болатын мәндердің ықтималдықтарының қосындысы барлық уақытта бірге тең болады: $p_1 + p_2 + \ldots p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

Кездейсоқ шамалардың барлық мүмкін болатын мәндері мен олардың ықтималдықтары үлестірім қатары деп аталады.

1 Дискретті кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары:

Дискретті кездейсоқ «Х» шамасының математикалық үміт деп – кездейсоқ шамалардың «х» мүмкін болатын мәндері мен соған сәйкес келетін «р» ықтималдықтарының көбейтінділерінің қосындысын айтады.

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Математикалық үміттің қасиеттері:

1) $M(C) = C$ Тұрақты «С» шамасының математикалық үміті сол шаманың өзіне тең болады.

2) $M(CX) = CM(X)$ Тұрақты «С» көбейткіш математикалық үміттің алдына өзгеріссіз шығарылады.

3) $M(X \pm Y) = M(X) \pm M(Y)$ Кездейсоқ шамалардың қосындысының не айырымының математикалық үміті, сол шамалардың математикалық үміттерінің қосындысына не айырымына тең болады.

4) $M(XY) = M(X)M(Y)$ Кездейсоқ шамалардың көбейтіндісінің математикалық үміті, сол шамалардың математикалық үміттерінің көбейтіндісіне тең болады.

Дискретті кездейсоқ шамалардың математикалық үміті кездейсоқ шама қалыпты таралғанда, оның орташа мәнін сипаттайды.

2. Дискретті кездейсоқ «Х» шамасының дисперсиясы деп – кездейсоқ шамалардың «х» мүмкін болатын мәндерінің, оның математикалық үмітінен айырымының, квадратының математикалық үмітін айтады:

$D(X) = M((X - M(X))^2)$

Дисперсияның қасиеттері:

1) $D(C) = 0$ Тұрақты «С» шамасының дисперсиясы нөлге тең болады.

2) $D(CX) = C^2 D(X)$ Тұрақты «С» көбейткіш дисперсияның алдына, алдын ала квадраттап барып шығарады.

3) $D(X \pm Y) = D(X) + D(Y)$ Кездейсоқ шамалардың қосындысының не айырымының дисперсиясы, сол шамалардың дисперсиясының тек қосындысына тең болады.

4) $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ Дисперсияның ықшамдатылған формуласы кездейсоқ шамалардың квадраттарының математикалық үміті мен сол шамалардың математикалық

үмітінің квадратының айырымы арқылы анықталады.

3. Дискретті кездейсоқ шамалардың орташа квадраттық ауытқуы деп сол шамалардың дисперсиясынан алынған квадрат түбіріне тең шаманы айтады.

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$$

Мысалы:

X_i	5	7	8	10	15
P_i	0,1	0,2	0,2	0,35	0,15
X_i^2	25	49	64	100	225

$$M(x) = \mu = 5\cdot 0{,}1 + 7\cdot 0{,}2 + 8\cdot 0{,}2 + 10\cdot 0{,}35 + 15\cdot 0{,}15 = 9{,}25$$

$$M(X^2) = 25\cdot 0{,}1 + 49\cdot 0{,}2 + 64\cdot 0{,}2 + 100\cdot 0{,}35 + 225\cdot 0{,}15 =$$
$$= 93{,}85$$

$$D(x) = M(X^2) - (M(X))^2 = 93{,}85 - (9{,}25)^2 = 93{,}85 - 85{,}56 =$$
$$= 8{,}29$$

$$\sigma(x) = \sqrt{8{,}29} \approx 2{,}88$$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.
7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие.

– Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б.
https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Мататматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б.
https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары :

1. Үзіліссіз кездейсоқ шамалардың дискретті шамалардан айырмашылығы неде?
2. Фармацияда дискретті кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары қандай мақсатта қолданылады?

№ 9 Дәріс

1. Тақырыбы: Үздіксіз кездейсоқ шаманың үлестірім функциясы және тығыздығы

2. Мақсаты: Студенттерге үздіксіз кездейсоқ шаманың үлестірім функциясы және тығыздығын анықтау жолдарын түсіндіру.

3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:

1. Үздіксіз кездейсоқ шама.
2. Үлестірім функциясы және оның қасиеттері.
3. Үлестірім тығыздығы және оның қасиеттері.
4. Үздіксіз кездейсоқ шаманың сандық сипаттамалары.

Егер кездейсоқ шама кейбір шекті немесе шексіз аралықтың барлық мәндерін қабылдайтын болса, онда мұндай кездейсоқ шаманы үздіксіз кездейсоқ шама деп атайды.

Үздіксіз кездейсоқ шамалардың саны шексіз болуы мүмкін (өлшеу кезінде ауытқулар, бір күн ішіндегі ауа температурасы және т.б.).

Нақты шамаларға әртүрлі жағдайлар әсерін тигізуі мүмкін, сондықтан оларды дискретті кездейсоқ шамалар арқылы сипаттау жеткіліксіз болады. Бұндай шамаларға: кез келген физикалық нысанның өлшемі, температура, қысым, физикалық үдерістердің жүру ұзақтығы және т.б. дискретті шамалардың заңдылықтары арқылы сипаттау, олардың табиғи жағын көрсете алмайды.

Үздіксіз кездейсоқ шамалардың үлестірім заңын кесте арқылы көрсету мүмкін емес, себебі кестеде олардың мүмкін болатын мәндері мен сәйкес келетін ықтималдылықтары беріледі. Бірақ үздіксіз кездейсоқ шамалардың әртүрлі облыстарының ықтималдылығы бірдей бола бермейді. Сондықтан үздіксіз кездейсоқ шамалар үшін «ықтималдылықтың үлестірілімі» деген шама қолданылады.

Бұл үлестірімді сандық жағынан сипаттау үшін оқиғаның «X = x» ықтималдылығы емес, «X < x» ықтималдылығы қолдану ыңғайлы.

«X < x» - деп кездейсоқ шама «X» оның «x» мүмкін болатын мәнінен кіші мән қабылдайды деп түсіну керек.

Кездейсоқ шаманың үестірім функциясы:

«X» кездейсоқ шаманың үестірім функциясы F(x) деп ықтималдылығы P(X<x) тең функцияны айтады: F(x)= P(X<x).

Ғ(x) - үестірім функциясын кейде интегралды үестірім функциясы немесе интегралды үестірім заңы деп атайды.

Үестірім функциясы кездейсоқ шаманы ықтималдылығы арқылы толық сипатайды яғни үлестірім заңының бір түрі бола алады.

Үестірім функциясының қасиеттері: 1. $0 \leq Ғ(x) \leq 1$

Бұл қасиеті функцияның анықтамасынан, оның үлестірілімі ықтималдылығына тең екендігінен шығады: $(0 \leq P \leq 1)$.

2. Ғ(x) - өз аргументінің кемімейтін функциясы. Егер «x1 < x2» болса, онда Ғ(x1) < Ғ(x2) болады немесе P(x1 < X < x2) = F(x2) - F(x1) болады.

Кез келген оқиғаның ықтималдылығы оң сан болғандықтан P(x1 < X < x2) ≥ 0, Ғ(x2) ≥ Ғ(x1) болады.

3. Егер «X» кездейсоқ шаманың мүмкін болатын мәні]a, b[интервалында жатса, онда «x ≤ a» болғанда Ғ(x) = 0, ал «x ≥ b» болғанда Ғ(x) = 1 болады.

Үздіксіз кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығы:

«X» үздіксіз кездейсоқ шаманың үлестірілім тығыздығы (ықтималдылықтың тығыздығы) деп f(x) = F'(x) туындысы интегралдық функцияға тең болатын «f (x)» - функциясын айтады.

Кейде «f (x)» - функциясын f(x) – үлестірілімнің дифференциалдық функциясы немесе «X» кездейсоқ шамасы үлестірілімнің дифференциалдық заңы деп атайды.

Үлестірім тығыздығының қасиеттері:

1. Үздіксіз кездейсоқ шама сынау нәтижесінде]a, b[интервалынан қандай да бір мәнді қабылдауының ықтималдылығы шектері «a»-дан «b»-ға дейінгі аралықтағы ықтималдықтың тығыздығынан алынған анықталған интегралға тең болады.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a),$$

Үздіксіз кездейсоқ шаманың сандық сипаттамалары:

1. Мүмкін болатын мәндері [a, b] кесіндісінде жататын «X» үздіксіз кездейсоқ шаманың математикалық үміті деп анықталған интегралдың шамасын айтады:

$$M(X) = \mu = \int_a^b xf(x)dx,$$

мұндағы f(x)- ықтималдылық тығыздығы.

2. Мүмкін болатын мәндері [a, b] кесіндісінде жататын «X» үздіксіз кездейсоқ шаманың дисперсиясы деп анықталған интегралдың шамасын айтады:

$$D(X) = \sigma^2 = \int_a^b (x-\mu)^2 f(x)dx,$$

мұндаы μ – математикалық үміт; f(x) - ықтималдылық тығыздығы.

3. Үздіксіз кездейсоқ шаманың орташа квадраттық ауытқуы: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013

2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.

3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.

4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.

5. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.

6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.

7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары :

1. Үлестірім функциясының қандай қасиетке ие?
2. Үздіксіз кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын атаңыз?

№ 10 Дәріс

1. Тақырыбы: Корреляция теориясының элементтері

2. Мақсаты: Студенттерге корреляция теориясының элементтерін және қоданылуын түсіндіру.

3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:

1. Статистикалық, бас және таңдамалы жинақ.
2. Статистикалық және корреляциялық тәуелділік.
3. Сызықты регрессия теңдеуі және оның коэффициенттері мен параметрлерін анықтау.

Сандық және сапалық жағынан біртектес элементтерден тұратын жинақты **статистикалық жинақ** деп атайды.

Статистикалық жинақтан таңдап алынған элементтерден тұратын жинақты **бас жинақ** деп атайды.

Бас жинақтан кездейсоқ алынған элементтерді **таңдау** деп атайды.

Статистикалық тәуелділік неге байланысты болады?

Егер қандай да бір шама мәнінің өзгеруі басқа шама мәнінің үлестірімін (математикалық үміт, дисперсия, орташа квадраттық ауытқу) өзгертетін болса, ондай байланысты **статистикалық тәуелділік** деп атайды.

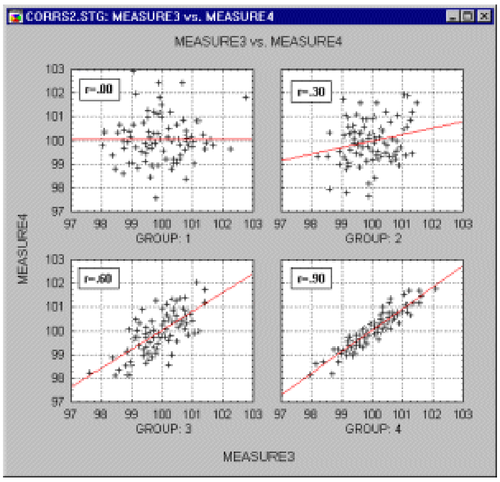
Корреляциялық тәуелділік неге байланысты болады?

Егер қандай да бір шама мәнінің өзгеруі басқа шаманың тек математикалық үмітін өзгертетін болса, мұндай байланыстың дербес түрін **корреляциялық тәуелділік** деп атайды.

Сызықты корреляция нені анықтайды?

Корреляциялық тәуелділік **Пирсонның сызықты корреляция коэффициенті** деп аталатын шамамен сипатталады.

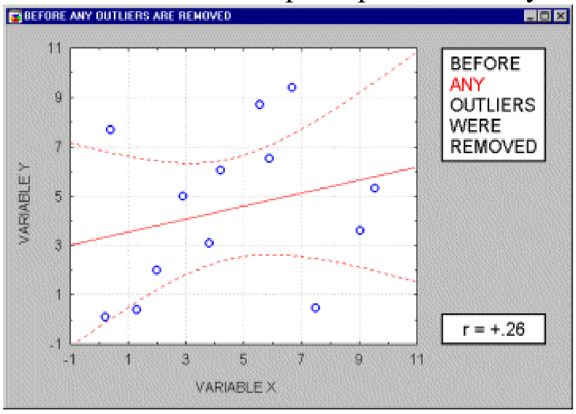
Сызықты корреляция екі айнымалы шамалардың арасындағы байланыстардың пропорционалдық дәрежесін анықтайды.

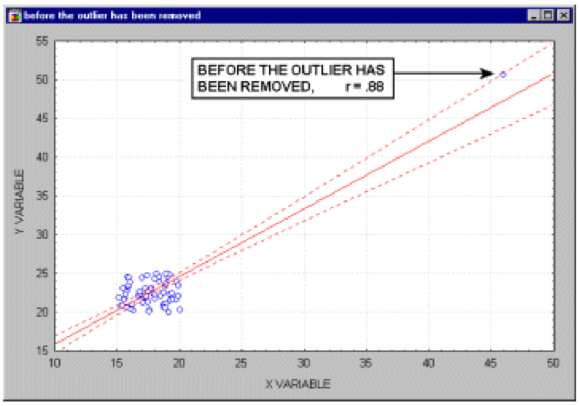


Ең кіші квадраттар әдісі неге негізделген?

Жүргізілген түзу сызық - ең кіші квадраттар әдісі арқылы алынса, оны тура регрессия деп атайды.

Бұл әдіс бақыланатын нүктеден жүргізілген түзуге дейінге арақашықтықтардың қосындысының квадраттары ең аз болуына негізделген.





«Y»-тің «X»-қа байланыстылығын сипаттайтын корреляциялық тәуелділік регрессия теңдеуі деп аталатын: $M(Y)_x = f(x)$ теңдеумен анықталады.

Мұндағы: M(Y)x - «x» мәніне сәйкес келетін «Y» шамасының шартты түрде алынған математикалық үміті, «x» - «X» шамасының жеке мәндері, f(x) – кейбір функция.

«X»-тың «Y»-ке байланыстылығын сипаттайтын корреляциялық тәуелділік регрессия теңдеуі деп аталатын: $M(X)_y = \varphi(y)$ теңдеумен анықталады.

Мұндағы: M(X)y - «y» мәніне сәйкес келетін «X» шамасының шартты түрде алынған математикалық үміті, «y» - «Y» шамасының жеке мәндері, φ(x) – кейбір функция.

Егер f(x)=Ax+B және φ(y)=Cy+D функциялары сызықты түрде белгісі, онда теңдеу сызықты регрессия теңдеу деп аталады:

$$\bar{y}_{yx} = \rho_{yx}x + b, \quad \rho_{yx} - коэффициенті, \quad b - параметрі$$

$$M(y)_x = Ax + B$$

$$M(x)_y = Cy + D \qquad \bar{x}_{xy} = \rho_{xy}y + d, \quad \rho_{xy} - коэффициенті, \quad d - параметрі$$

Сызықты регрессия теңдеунің таңдамалы коэффициенттері (ρух, ρху) және параметрлері (b, d) ең кіші квадраттар әдісі арқылы анықталады:

$$\rho_{yx} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2} \qquad d = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}$$

Берілген тәуелдіктің сызықты регрессия теңдеунің таңдамалы коэффициенттері және параметрлерін анықтау үшін:

X	5	8	10	12	15	∑=**50**
Y	7	5	11	15	25	∑=**63**

келесі кестені толтыру керек.

X	Y	XY	X^2	Y^2
5	7	35	25	49
8	5	40	64	25
10	11	110	100	121
12	15	180	144	225
15	25	375	225	625
∑= **50**	∑= **63**	∑= **740**	∑= **558**	∑=**1045**

Кестеден анықталған шамаларды коэффициенттер мен параметрлердің формуласына қойғанда, сызықты регрессия теңдеуі анықталады:

$$\rho_{yx} = \frac{5 \cdot 740 - 50 \cdot 63}{5 \cdot 558 - 2500} = \frac{550}{290} \approx 1{,}896$$

$$b = \frac{558 \cdot 63 - 50 \cdot 740}{5 \cdot 558 - 2500} = \frac{35154 - 37000}{290} =$$

$$= \frac{-1846}{290} \approx -6{,}36$$

$$\bar{y}_x = 1{,}896\,x - 6{,}36$$

$$x = 0; y = -6{,}36; y = 0; x = 3{,}35$$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

- **Негізгі:**

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013

2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.

3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математика-лық статистика: оқу-әдістемелік

құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. ІІ-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
6. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023.
7. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304
8. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

- **Қосымша:**

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

- **Электронды басылымдар:**

1. Иванова, М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Электрон. текстовые дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 102
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 2. Кощанова Г.Р., оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
6. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
7. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020. – 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
8. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары:

1. Корреляциялық тәуелділіктің статистикалықтан айырмашылығы неде?
2. Коррел.тәуелділік ұғымы фармацияда қандай мақсатта қолданылады?