ДӘРІС КЕШЕНІ

Пәні: Математика. Бөлім 1.

Пән коды: Mat 1201-1

ББ атауы және шифры: 6В07201- «Фармацевтикалық өндіріс технологиясы»

Оқу сағаты/ кредит көлемі: 150/5

Оқу курсы мен семестрі: 1,1

Дәріс көлемі: 10 (сағат)

Шымкент, 2024 жыл

Дәріс кешені «Математика- бөлім 1» пәнінің жұмыс оқу бағдарламасына (силлабус) сәйкес әзірленген және кафедра мәжілісінде талқыланды.

Хаттама № 11 « 30» 05 2024 ж.

Кафедра меңгерушісі: Иванова М.Б. ____________

№ 1 Дәріс

1. Тақырыбы: Екінші ретті анықтауыштар және олардың қасиеттері
2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1. Анықтауыштар туралы кіріспе.
2. Анықтауыштардың қасиеттері.

Фармацевтикалық тәжірибеде кез келген формула арқылы бір-бірімен алдын - ала кейбір белгілі нақты байланыстармен берілген белгісіз шамалар жиі кездеседі.

Егер:

1. Формуладағы коэффициенттер тұрақты болуы
2. Формулаға енетін белгісіз шамалар тек бірінші дәрежеде болуы
3. Белгісіз шамалардың өз арасында көбейту болмауы деген шарттар орындалса, онда мұндай байланыстарды сызықты байланыс деп атайды.

Мысал. Лабораторияда жалпы салмағы 280 г. болатын 10 қорап дәрілік зат сараптамаға келген. Егер дәрілік зат салынған қораптың салмағы 15 г. болса, онда бір қораптағы дәрілік заттың орташа салмағын табу керек.
Ол үшін бір қораптағы дәрілік заттың орташа салмағын «х»- арқылы белгілеп, теңдеу құру: 10х+15=280
Теңдеудің шешуі: 26,5 г. бір қораптағы дәрілік заттың орташа салмағын көрсетеді.
Мысал. Лабораторияға жалпы салмағы 280 г. болатын 1-бөлімнен10, ал 2-бөлімнен 10 қорап дәрілік зат сараптамаға келген.

Егер 1- бөлімнен келген 5, ал 2-бөлімнен келген 2 қораптың салмағы 128 г. болса, онда әрбір қораптағы дәрілік заттың орташа салмағын табу керек.
Ол үшін 1-бөлімнен келген дәрілік заттың орташа салмағын «х», ал 2-«у»- арқылы белгілеп, екі теңдеу құру керек: 10х+10у=280; 5х+2у=128

Теңдеулерді біріктіре отырып шешу арқылы екі бөлімнен келген әрбәр қораптағы дәрілік заттың орташа салмағы анықталады: х=24 г; у=4 г.

Қарастырылған екі есептің шешуі де сызықты байланысты береді:
1-жағдайда сызықты теңдеу алынды.
2-жағдайда сызықты теңдеулер жүйесі алынды.
Коэффициенттерін сәйке әріптермен алмастыру арқылы сызықты теңдеулер жүйесі алынды: $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1; \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2, \end{cases}$ мұндағы a11, a12, a21, a22, b1, b2, - кейбір сандар, х,у- белгісіз шамалар.

Теңдеулер жүйесінің коэффициенттерінен тік кесте құруға болады: $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

1. Сандардан тұратын кез-келген тік бұрышты кестені матрица деп атайды.
2. Матрица құрылған aij элементерді берілген матрицаның элементтері деп атайды.
3. «D»санын сәйкес матрицаның екінші ретті анықтауышы немесе детерминанты деп атайды: $D = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Анықтауыш «D» әрпімен белгіленеді немесе Δ белгісімен жазылады: $D = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}.$

Мысал. Теңдеулер жүйесі берілген: $\begin{cases} 2x + 4y = 3; \\ 8x - y = 6. \end{cases}$

Жүйенің матрицасын құру және анықтауышты есептеу керек: $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$

Жүйенің коэффициентерінен матрица құру және оған сәйкес детерминант алу:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -1 \end{vmatrix}.$$

Оны есептеу: $\Delta = (-1) \times 2 - (4 \times 8) = -2 - 32 = -34.$

Анықтауыштағы жол (немесе баған) саны анықтауыштың реті деп аталады.

Анықтауыштардың қасиеттері:

1. Егер анықтауыштың жолдарын сәйкес бағандармен алмастырса, онда анықтауыштың мәні өзгермейді және керісінше.

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

$$D^* = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Анықтауыштың жолдарын сәйкес бағандармен алмастыруды (немесе керісінше) транспонирлеу деп атайды.

2. Егер екі жолдың орындарын алмастырса, анықтауыш өз таңбасын өзгертеді.

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

$$D = \begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix} = b_1 a_2 - a_1 b_2 = -(a_1 b_2 - b_1 a_2).$$

Егер екі бағанның орындарын алмастырса, анықтауыш өз таңбасын өзгертеді.

$$D = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = b_1 a_2 - a_1 b_2 = -(a_1 b_2 - b_1 a_2)$$

3. Егер қандай да бір жолдың(бағанның) барлық элементтерін бірдей нөлден өзгеше “m”санына көбейтсе (бөлсе), онда анықтауыш осы санға көбейеді (бөлінеді):

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} ;\cdots \cdots D_1 = \begin{vmatrix} ma_1 & b_1 \\ ma_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ma_1 & mb_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = mD.$$

4. Егер қандай да бір жолдың (бағанның) элементтері:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & ra_1 \\ a_2 & ra_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ ra_1 & rb_1 \end{vmatrix} = 0$$

5. Егер кез-келген жолдың (бағанның) әрбір элементін екі қосынды деп қарастырса, онда анықтауыш екі анықтауыштың қосындысына тең болады.

Анықтауыштың бірінші қосылғышы сәйкес жолдың (бағанның) элементтерінен тұратын бірінші, ал басқасы екінші қосылғыш болады:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 + a_2 & a_3 \\ b_1 + b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_1 b_3 - b_1 a_3) + (a_2 b_3 - b_2 a_3) =$$

$$= (a_1 + a_2) b_3 - (b_1 + b_2) a_3.$$

6. Егер кез келген бағанның (жолдың) элементтеріне сәйкес басқа бағанның (жолдың) алдын-

ала нөлден өзгеше санға көбейтілген элементтерін қосқанда анықтауыш өзгермейді:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 + b_1 m & b_1 \\ a_2 + b_2 m & b_2 \end{vmatrix}.$$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

Негізгі:

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.
9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім:

Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):
1. Матрица деп қандай кестені айтады?
2.Анықтауыштың матрицадан айырмашылығы неде?

№ 2 Дәріс

1. Тақырыбы: Матрицалар. Матрицаларға қолданылатын амалдар
2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру**.**
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1. Матрица және оның түрлері.
2. Матрицаның рангін анықтау.
3. Матрицаға қолданылатын амалдар.
«А» матрицасы деп aij матрицаның элементтері деп аталатын сандардан құрылған кез-келген тікбұрышты кестені айтады:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij})_{m\times n} = (a_{ij}).$$

Матрица – біркелкі элементтерден құрылған кез-келген тікбұрышты кесте:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{Vmatrix}.$$

Матрицаның түрлері:
1. Бір жолдан құрылған **-жолдық матрица.**

Бұл өлшемі «1 x n» болатын тікбұрышты матрица. $A = a_{11}a_{12}...a_n$

2. Тек бір бағаннан тұратын- бағандық матрица. Бұл өлшемі “m x 1” болатын тікбұрышты матрица $A = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ ... \\ a_{m1} \end{pmatrix}$.

3. Бір элементтен тұратын – матрица: $A = (a_{11})1*1 = a_{11}$. $V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$

5. Бас диагоналында орналасқан элементтері бірден, ал қалғандары нөлден тұратын – бірлік матрица. Ол «Е» - белгіленеді:

$$E=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1\end{pmatrix}.$$

6. Элементтері «n» квадратты ретті нөлден тұратын және бас диогоналында орналасқан элементтері нөлге тең емес матрицаны -диагоналды матрица деп атайды:

$$E=\begin{pmatrix}a_{11} & 0 & \cdots & 0\\ 0 & a_{22} & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & \cdots & a_{mn}\end{pmatrix}.$$

7. Квадратты матрицаның маңызды сипаттамасына оның анықтауышы немесе детерминаты жатады.

Оның белгіленуі:

$$D_A=|A|=\det A=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{vmatrix}$$

8. Егер $\det A \neq 0$ болса, онда «А» матрицасы ерекше емес деп аталады.

9. Егер det A = 0 болса, онда «А» матрицасы ерекше деп аталады.

10. Егер «А» және «В» екі матрицаның өлшемдері, оларға сәйкес келетін элементтері бірдей болса, онда бұлардыы тең матрицалар деп атайды:

$$A=B \Leftrightarrow A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n} \forall i,j: a_{ij}=b_{ij}.$$

Матрицаның рангін анықтау:

Тікбұрышты матрицаны қарастырайық. Егер бұл матрицадан «n» жолды және «m» бағанды бөліп алса, онда бөлінген жол және бағанның қиылысында тұрған элемент «k»-ретті квадратты матрица түзеді. Осы матрицаның анықтауышы «А» матрицасының «k»-ретті миноры деп аталады. «А» матрицасы «1» ден бастап «m» және «n» санының ең аз кез келген минорын қабылдай алады. «А» матрицасының нөлден өзгеше барлық минорларының ішінен ең болмағанда реті ең жоғары бір минор табылады..

Берілген матрицаның реті ең жоғары, нөлден өзгеше минорын матрицаның рангі деп атайды.

Кез келген тікбұрышты матрицаның рангі матрицаның ең кіші өлшемінен артық болмауы керек.

Егер матрица квадратты түрде болса, онда оның рангі матрицаның өлшемінен артық болмауы керек.

Егер «А» матрицасының барлық элементтері нөлге тең болса, онда оның рангі де нөлге тең болады: r = RgA = 0.

Матрицаның рангі туралы түсінік сызба тұрғызғанда, сызықты теңдеулер жүйесінің шешуін табуда, бір базизтен басқа базиске өткенде маңызды рөл атқарады. Сонымен қатар қолданбалы зерттеулерде әсіресе тәжірибенің нәтижесін өңдеуде, зерттелетін мәлімет мөлшерінің сапасын анықтауда кеңінен қолданады.

Өлшемі матрица рангісіне тең, нөлден өзгеше «А» матрицасының минорының кез-келген детерминанты базистік минор деп аталады. Яғни басқаша айтқанда «А» матрицасының рангі - бұл нөлден өзгеше ең жоғарғы минор.

Мысал. Матрица рангін табу: $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

Шешуі. Бұл матрицада тек бір жолда нөлден өзгеше элементтер болғандықтан, оның рангі: RgA=1.

Мысал. Матрица рангін табу: $A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Шешуі. Тексеру үшін берілген матрицаның детерминантын табамыз: detA=7. Ол нөлден өзгеше болғандықтан, матрицаның рангі 3 тең болады. Яғни матрицада пропорционалды жол немесе баған жоқ.
Матрицаға қолданылатын амалдар:
Өлшемдері бірдей A = (aij) және B = (bij) екі матрицаның қосындысы, үшінші C = (Cij)=(aij+bij) немесе C = A + B матрицасы деп аталады.
Мысал. «A + B» матрицаларының қосындысын табу керек:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Шешуі:

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Салдарлар: A + B = B + A; (A + B) + C = A + (B + C).
2. A=(aij) матрицасының «k» санына көбейтіндісі C=(cij) матрицасы деп аталады. Мұндағы - (cij) = (kaij).
Салдарлар: Матрицаны санға көбейткенде орындалатын қатынастар:
1. kA=Ak
2. k(A+B)=Ak+Bk

$$(k + \lambda)A = Ak + A\lambda$$
$$k(\lambda A) = \lambda k A = \lambda(kA)$$

3. «B» матрицасының барлық элементтері сәйкес «A» матрицасының элементтеріне абсолютті шама жағынан тең, ал таңбасы қарама-қарсы болса, онда «A» матрицасын «B» матрицасына қарсы матрица деп атайды: B=(-1)(aij).
Салдарлар: Кез-келген матрицаны нөлдік матрицаға көбейткенде нәтижесі нөлдік шаманы береді:
Егер «A» квадратты матрица болса, онда теңдік орын алады: $det(\lambda A) = \lambda^n det A,$
мұндағы n- «A» матрицасының өлшемі.
A=(aij)mxp және B=(bij)pxn матрицаларының көбейтіндісі «C» матрицасы деп аталады. Оның әрбір элементінің формуласы: $C = AxB = (a_{ij})m\cdot p\cdot(b_{ij})p\cdot n=(a_{s1}b_{1k}+a_{s2}b_{2k}+...+ a_{sk}b_{sk})m\cdot n=(c_{ij})m\cdot n$
Егер AB = BA болса, онда «A» және «B» матрицалары алмастырмалы немесе коммутативті деп аталады.
Егер кейбір «A» матрицасының жолы мен бағанының орнын алмастырса, онда алынған матрица тасымалданған (транспонированной) деп аталады және «Ат» деп белгіленеді.
Егер A = Ат теңдігі орындалса, онда матрица симметриялы деп аталады.
Егер AA-1 = A-1A = E теңдігі орындалса, онда «A» матрицасына салыстырғанда алынған матрица кері матрица деп аталады.
4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.
5. Әдебиет:
Негізгі:
1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-

Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.
9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Мататматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):

1. Матрица деп нені айтады?
2. Матрицаның түрлерін атаңыздар?

№ 3 Дәріс

1. Тақырыбы: Сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесі
2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1. Сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесінің негізгі анықтамасы.
2. Сызықтық теңдеулер жүйелерінің шешуі.
3. Сызықтық теңдеулер жүйелерінің түрлері.

«n» белгізіздерден тұратын «k» сызықты теңдеулерден құрылған сызықты жүйе:

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \ldots + a_{kn}x_n = b_k \end{aligned}\right\}$$

мұндағы x1, x2, ..., xn- белгісіздер; a11, a12, ..., akn- белгісіздердің жанындағы коэффициенттер b1, b2, ..., bk- бос мүшелер.
Мұндай теңдеулер жүйесінің шешуі деп, жүйедегі x1, x2, ..., xn белгісіздердің орнына қойғанда, жүйенің барлық теңдеулері нақты теңдікке айлантын «n» сандарының (c1, c2, ..., cn) жиынын айтады.
Ескерту:
Кейбір жүйенің шешуі болмауы да мүмкін. Сондықтан құрылған жүйені шешер алдында, оның шешуі барма соны анықтап алу керек.
2. Ең болмағанда бір шешуі болатын теңдеулер жүйесін біріккен (совместной), ал шешуі болмайтын теңдеулер жүйесін бірікпеген (несовместной) деп атайды.
3. Егер ең болмағанда $c_i^{(1)}$ санын біреуі $c_i^{(2)}$ санына сәйкес келмесе, онда теңдеудің шешуі әртүрлі болады. $\left(c_1^{(1)}, c_2^{(1)}, \ldots c_n^{(1)}\right)$ және $\left(c_1^{(2)}, c_2^{(2)}, \ldots c_n^{(2)}\right)$

Мысал. Жүйе:

$$\left.\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 = 0 \\ 6x_1 + 8x_2 = 0 \end{aligned}\right\}$$

Жүйенің шешуі екі түрлі: $c_1^{(1)} = c_2^{(1)} = 0$ және $c_1^{(2)} = 4;\ c_2^{(2)} = -3$
Ең болмағанда әртүрлі 2 шешуі болатын жүйенің шексіз түрлі шешуі болуы мүмкін.
4. Егер біріккен жүйенің жалғыз шешуі болса, онда анықталған (определенной) деп аталады.
5. Егер біріккен жүйенің ең болдмағанда екі шешуі болса, онда анықталмаған (неопределенной) деп аталады.
Сызықтық теңдеулер жүйелерінің шешуі.
Құрылған жүйенің шешуі барма немесе жоқпа екендігін білу керек. Егер жүйенің шешуі бар болса, онда:
1. Егер жүйе матрицасының рангі кеңейтілген жүйе матрицасының рангіне тең болса, онда бұндай жүйе біріккен және ең болмағанда нөлге тең болмайтын бір шешуі болады.

Мысал. Жүйенің біріккендігін анықтау: $\left.\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 = 7 \\ 3x_1 + 4x_2 = 12 \end{aligned}\right\}.$

Шешуі. Жүйенің матрицасын құру $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
және оның рангін (яғни тәуелсіз жол және бағандар санын) анықтау:

$$rang\begin{pmatrix}3 & 4\\3 & 4\end{pmatrix} = rang\begin{pmatrix}3 & 4\end{pmatrix} = 1$$

Жүйенің кеңейтілген матрицасын құру $\left(\begin{array}{cc|c}3 & 4 & 7\\3 & 4 & 12\end{array}\right)$ және оның рангін (яғни тәуелсіз жол және бағандар санын) анықтау: $rang\left(\begin{array}{cc|c}3 & 4 & 7\\3 & 4 & 12\end{array}\right) = 2$

Кәдімгі матрицаның рангі кеңейтілген матрицаның рангіне тең емес, сондықтан жүйе бірікпеген, яғни бір де бір шешуі жоқ.

Сызықтық теңдеулер жүйелерінің түрлері:

Егер жүйе: $$\left.\begin{array}{r}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0\\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0\\ \ldots\\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \ldots + a_{kn}x_n = 0\end{array}\right\}$$
біріккен болса, онда шешуі нөлге тең емес шексіз көп болады. Жүйе біртекті жүйе деп аталады. Біртекті жүйе әрқашан біріккен және әрқашан ең болмағанда бір нөлдік шешуі болады..

2. Егер жүйенің тек бір нөлдік шешуі болса, онда жүйе айқындалған (вырожденной) деп аталады.

3. Егер жұйдегі теңдеулер саны белгісіздер санынан кем болса, онда жүйе еш анықталмайтын (недоопределенной), ал жұйдегі теңдеулер саны белгісіздер санынан артық болса, онда жүйе артық анықталған (переопределенной) деп аталады.

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

Негізгі:

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. ІІ-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.
9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет

3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):

1. Қандай теңдеулер сызықты деп аталады?
2. Қашан жүйнің ең болмағанда бір шешуі болады?

№ 4 Дәріс

1. Тақырыбы: Екінші ретті қисықтар.
2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:

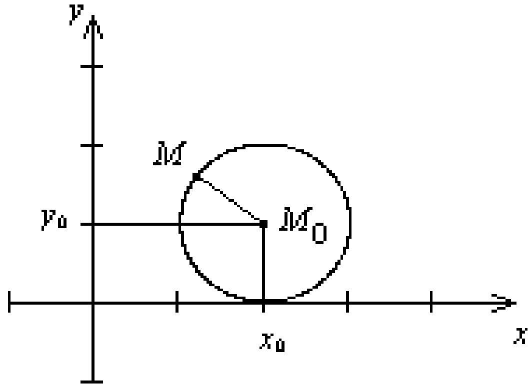
Дәріс жоспары:

1. Шеңбер.
2. Эллипс.
3. Гипербола.
4. Парабола

Екінші ретті қисықтарға *шеңбер, эллипс, гипербола, парабола* атты қисықтары жатады.

1. Шеңбер

Берілген $C(x_0; y_0)$ нүктесінен бірдей қашықтықта жатқан нүктелердің геометриялық орны **шеңбер** деп аталады.



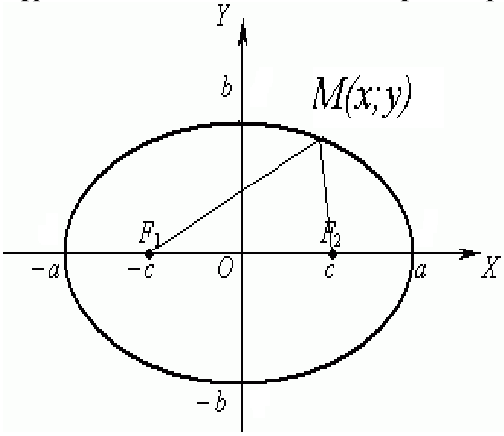
Анықтамада айтылған $C(x_0; y_0)$ нүктесі шеңбердің центрі болады, ал бірдей қашықтық – оның радиусы болады, біз оны R арқылы белгілейміз. Шеңбердің нүктелерінің кез келгенін $M(x; y)$ деп белгілейік, онда

$$\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2=R^2 \qquad (1)$$

теңдеуі шеңбердің теңдеуі болады.

2. Эллипс

Жазықтықтың фокус деп аталатын берілген екі нүктесінен ара қашықтарының қосындысы тұрақты санға тең болатын нүктелерінің геометриялық орны **эллипс** деп аталады.



Екі нүкте ара қашықтығын анықтайтын формуланы қолданып:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-c^2}=1$$

$a>c$ болғандықтан $a^2-c^2=b^2$ онда

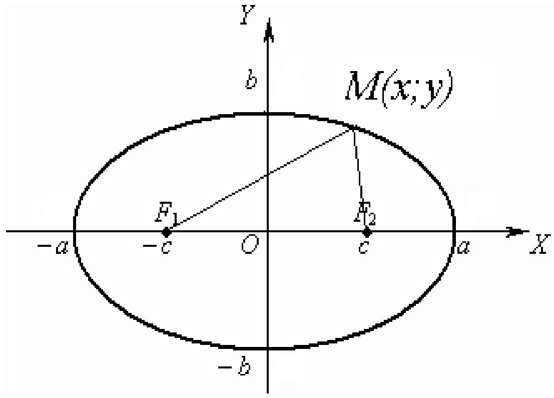
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (2)$$ эллипстің канондық теңдеуі

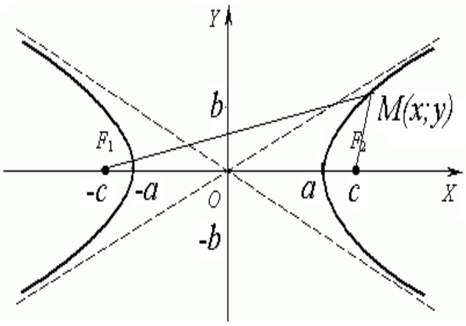
a және b сандары эллипстің үлкен және кіші жарты осьтері деп аталады.

$\varepsilon=\dfrac{c}{a}$ эллипстің эксцентриситеті деп аталады. Эллипс үшін $\varepsilon<1$. Егер $b=a$ болса, онда $\varepsilon=0$ болады да, эллипс шеңберге айналады. $r_{1,2}=a\pm\varepsilon x$ эллипстің фокальдық радиус векторлары.

Гипербола

Жазықтықта фокус деп аталатын, берілген екі нүктесінен ара қашықтықтарының айырмасы тұрақты санға тең болатын нүктелерінің геометриялық орны гипербола деп аталады.



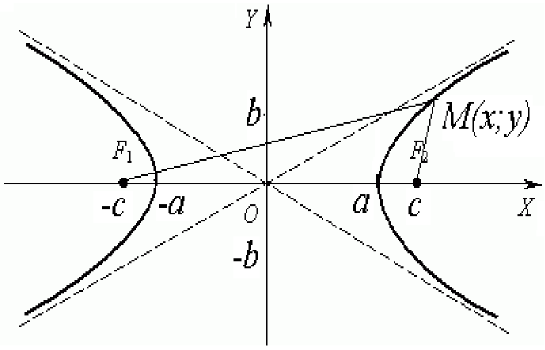


$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{c^2-a^2}=1$$ $c>a$ болғандықтан

$c^2-a^2=b^2$, онда $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1 \quad (3)$

гиперболаның канондық теңдеуі

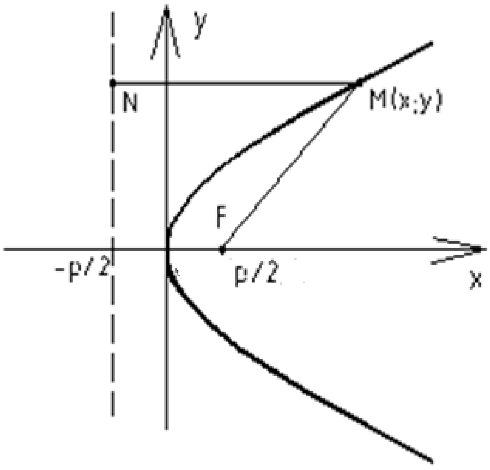


a гиперболаның нақты жарты осі,
ε – жорамал жарты осі
$\varepsilon > 1$

$y = \pm\frac{b}{a}x$ теңдеулері гиперболаның асимптоталарын анықтайды

Парабола

Фокус деп аталатын F нүктесінен және директриса делінетін түзуінен бірдей қашықтықта жатқан геометриялық нүктелерінің орнын **парабола** деп атайды.



$MF=MN$

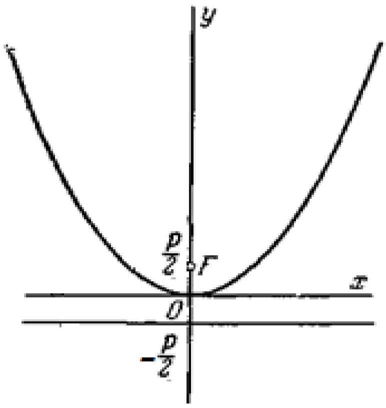
$$MF = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}$$

$$BM = x + \frac{p}{2}$$

$$\sqrt{\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{p}{2}$$

$y^2 = 2px$ (4) параболаның канондық теңдеуі деп аталады.

$x = -\frac{p}{2}$ - парабола директрисасының теңдеуі



Егер директриса OY осіне перпендикуляр болып және фокусы осы осьте орналасса онда параболаның теңдеуі $x^2 = 2py$ (5)
(4) OX осіне симметриялы, ал (5) OY осіне симметриялы параболалар. Параболаның эксцентриситеті $\varepsilon = 1$.

4. **Иллюстрациялық материал:** Презентация, слайдтар.
5. **Әдебиет:**
   Негізгі:

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының

қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. ІІ-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.
9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):

1. |Шеңбер дегеніміз не?
2. Эллипс дегеніміз не?
3. Гипербола дегеніміз не?
4. Парабола дегеніміз не?

№ 5 Дәріс

1. Тақырыбы: Функция. Функцияның берілу тәсілдері. Функцияның шегі. Шексіз аз функцияның қасиеттері

2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1.Функция ұғымы.
2. Функцияның берілу тәсілдері.
3. Функцияның шегі.
4. Шексіз аз функциялар.
5. Шексіз аз функцияның қасиеттері.
6. Шек туралы негізгі теоремалар.

«Х» жиынының әрбір элементіне белгілі бір заңдылықпен немесе ережемен «Y» жиынының бір элементі сәйкес келсе, онда екі жиынның арасындағы сәйкестікті функция деп атайды.

Функция «f» белгісімен белгіленіп y = f(x) түрінде жазылады («игрек эф от икске тең» деп оқылады). Функцияның басқада белгілеулері де қолданылады: y = g(x), y = F(x) және т.с.с, мұндағы «х» аргумент немесе тәуелсіз айнымалы деп аталады.

Тәжірибелік есептерде функцияның қолдану обылысы, оның физикалық мағынасына байланысты таңдап алынады.

Мысалы: Идеал газ қысымының температураға тәуелділігі p= p0(1+t/273) формуласы арқылы сипатталады.

Мұндаға «р» қысымды «t» температураның функциясы p=f(t) ретінде қарастыруға болады. Бұл функцияның анықталу обылысы]-273°, + oo[аралығынды болады, себебі қысым физикалық шама болғандықтан тек оң мәнге ие болады.

Функцияның берілу тәсілдері:

Аналитикалық әдіс – бұл әдісте функция формула арқылы беріеді.

Мысал: y = x2+ 1 немесе f(x) = x2 + 1.

Егер берілген функция «у- x2- 1 = 0 » теңдеу түрінде берілсе, онда мұндай функцияны айқын емес (неявной) функция деп атайды. Айқын емес функцияны барлық уақытта айқын y = x2+ 1 түрге келтіру керек.

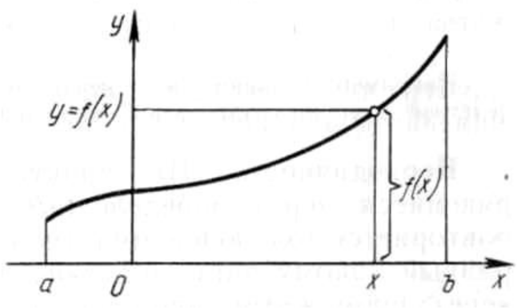
Кестелік әдіс - бұл әдісте функция кесте арқылы беріеді.

Бұл әдіс тәжірибеде зертеу, бақылау нәтижелерін көрсетуде кеңінен қолданылады.

Мысалы: Науқастың қызуын өлшей отырып, белгілі бір уақыт аралығындағы дене температурасының өзгеру кестесін құруға болады:

t, ч	9	10	11	12
tT, °С	37,0	37,3	37,8	39,0

Геометриялық әдіс - бұл әдісте функция сызба (график) арқылы береді.



Функциинның сызбасы хОу координата жазықтығында (х; у) нүтелерінің жиыны түрінде беріледі.Оның координаталары
y = f(x) қатынасымен тікелей байланысты.
y = f(x) теңдігі осы сызбаның теңдеуі деп аталады.

Шектің теориялары y = f(x) функциясының аргументі өзгерген кезде, функцияның қалай өзгеретіндігінің сипатын анықтауға мүмкіндік береді.

y = f(x) функциясы кейбір *x = x0* нүктесі айналасында, тіпті *x0* нүктесінің өзінде де анықталуы мүмкін.

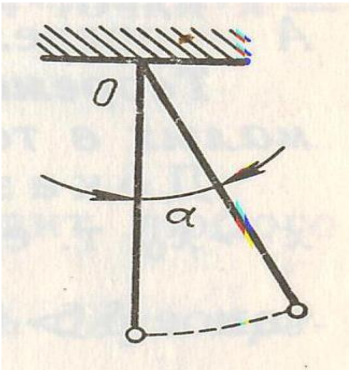
Егер кез келген ε > 0 санына үшін δ > 0 саны табылып, |x - x0| < δ теңсіздігін

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$

қанағаттандыратын барлық $x \neq x0$ нүктелері үшін $|f(x) - A| < \varepsilon$ теңсіздігі орындалатын болса, онда «А» саны $y = f(x)$ функциясының
«*x0*» нүктесіндегі шегі деп аталады.
$y = f(x)$ функциясының «*x0*» нүктесіндегі шегі «А»-ға тең болады, оның белгіленуі:
Шексіз аз функциялар:
Егер $x \to x_0$ жағдайда $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$ функция деп аталады.

Шексіз аз функция ұғымын маятниктің тербелісі арқылы түсіндірейік:

Маятниктің орны, ол тепе-теңдік күйінен қаншаға ауытқитығын көрсететін «α» бұрышы арқылы анықталады. Қоршаған ортаның кедергісі әсерінен «α» бұрышының абсолютті шамасы уақыт өткен сайын кемиді. Сондықтан қандайда бір оң сан «ε» берілгенмен де |α| ауытқу «ε» кіші болады.



Бұл жағдайда «α» ауытқу бұрышы шексіз аз функция болады.
Шексіз аз функцияға: судағы еритін мұздың массасы, қатынас ыдыстарындағы біртекті сұйық деңгейінің айырмашылығы және т.с.с. мысал бола алады.
Шексіз аз функция айнымалы шама, сондықтан, оны ең аз шамамен теңестіруге болмайды.
Нөл шартты түрде шексіз аз функцияны деп қарастырылатын жалғыз сан, себебі:
$|0| = 0 < \varepsilon$, мұндағы «ε» - өте аз оң сан.
Шексіз аз функция ұғымын тәжірибеде қолданғанда қиындыққа алып келеді. Себебі өмірдегі бірде-бір нақты шама ешуақытта нөлге шексіз жақындамайды. Мысалы, шын маятник біраз уақыт өткеннен кейін тоқтайды, ал газ шексіз ұлғая алмайды.

Сондықтан шексіз аз шаманы анықтауды тек нақты үдерістердің (процестердің) математикалық моделін анықтау үшін қолдануға болады.

Шексіз аз функцияның қасиеттері:

Егер функция f(x) ұмтылған жағдайда «А» санына тең шегі болса, онда бұл функцияны $f(x)=A+\alpha(x)$ түрінде жазуға болады. Мұндағы $\alpha(x)$ – шексіз аз шама.

2. «x0» нүктесіндегі шексіз аз сандардың алгебралық қосындысы шексіз аз функция болады: $\lim\limits_{x \to x_0} (\alpha(x) + \beta(x)) = 0$

3. $x \to x_0$ Ұмтылған кездегі функцияның шексіз аз шамаға көбейтіндісі шексіз аз функция болады.

1. Салдар: Тұрақты санның шексіз аз шамаға көбейтіндісі шексіз аз функция болады: $|\alpha(x)| < \varepsilon / C < \varepsilon$

2. Салдар: Шекті санның шексіз аз шамаға көбейтіндісі шексіз аз функция болады.

Шек туралы негізгі теоремалар:

1. Тұрақты санның шегі сол санның өзіне тең болады: $\lim\limits_{x \to x_0} C = C$

2. Функциялардың алгебралық қосындыларының шегі, сол функциялардың шектерінің қосындысына тең болады:

$$\lim_{x \to x_0} (f_1(x) + f_2(x)) = \lim_{x \to x_0} f_1(x) + \lim_{x \to x_0} f_2(x)$$

3. Функциялардың көбейтінділерініңң шегі, сол функциялардың шектерінің көбейтіндісіне тең болады: $\lim\limits_{x \to x_0} (f_1(x) f_2(x)) = \lim\limits_{x \to x_0} f_1(x) \lim\limits_{x \to x_0} f_2(x)$

4. Функциялардың қатынастарының шегі, сол функциялардың шектерінің қатынастарына тең

болады: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f_1(x)}{f_2(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to x_0} f_1(x)}{\lim\limits_{x\to x_0} f_2(x)}$

Мысал. Есепте: $\lim\limits_{x\to 2}(4x^2-6x+3)$

Шешуі:
$$\lim_{x\to 2}(4x^2-6x+3)=\lim_{x\to 2}(4x^2)-\lim_{x\to 2}(6x)+\lim_{x\to 2}3=$$
$$=4(\lim_{x\to 2}x)^2-6\lim_{x\to 2}x+3=4\cdot 2^2-6\cdot 2+3=7$$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

Негізгі:

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.
9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б.

https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):
1. Функция дегеніміз не?
2. Қандай функцияның берілу түрлерін білесіздер?
1. Қандай функцияларды шексіз аз функция деп айтады?
2. Шексіз аз функцияға мысалдар келтіріңіз?

№ 6 Дәріс

1. Тақырыбы: Элементар және күрделі функцияның туындысы. Туындыны қолдану арқылы функцияны зерттеу: берілген аралықта функцияның өсуі және кемуі
2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1.Туынды ұғымына келтіретін есептер.
2.Туынды табудың жалпы ережелері.
3.Туындының анықтамасы.
4. Туынды табудың негізгі ережелері.
5.Қарапайым және күрделі функциялардың туындылары.
6.Берілген аралықта өсетін және кемитін функцияларды анықтау.
7.Берілген аралықта дифференциалданатын функциялардың өсуінің және кемуінің қажетті болуының шарты.
8.Берілген аралықта дифференциалданатын функциялардың өсуінің және кемуінің жеткілікті шарты.
Медицина мен фармация салаларында туынды ұғымы қандай мақсатта қолданылады? Адам ағзасында жүретін түрлі үдерістерді; дәрілік заттардың еру жылдамдығын; зат, энергия және жылу алмасу үдерістерін; химиялық реакциялардың жүру жылдамдықтарын және т.б.үдерістерді сипаттайтын шамаларды анықтау үшін туынды деген ұғым қолданылады.
Туындының мағынасы неде?
Берілген y=f(x) функциясының туындысын анықтау үшін:
1.Аргумент «x»-ке «Δx» өсімше беріледі.
2. y=f(x) функциясы сәйкес «Δy»өсімше алады, яғни y+Δy=f(x+Δx).
3.Функцияның өсімшесі Δy=f(x+Δx)-f(x) анықталады.
4.Функцияның өсімшесінің аргументтің өсімшесіне қатынасы алынады:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

5.Функцияның өсімшесінің аргументтің өсімшесіне қатынасының аргументтің өсімшесі нольге ұмтылғандағы шегі анықталады: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

Егер функцияның өсімшесінің аргументтің өсімшесіне қатынасының аргументтің өсімшесі нольге ұмтылғандағы шегі бар болса, онда сол шек “функцияның туындысы” деп аталады.
Туындыны анықтаудың негізгі ережелері**:**
1. Екі функцияның қосындысының не айырымының туындысы сол функциялардың туындыларының қосындысына не айырымына тең болады:

$$(u \pm v)'_x = u'_x \pm v'_x.$$

2. Екі функцияның көбейтіндісінің туындысы бірінші функцияның туындысын екінші функцияға көбейтіп, ал екінші функцияның туындысын бірінші функцияға көбейтіп оларды қосқанға тең болады: $(uv)'_x = u'_x v + u v'_x$

3. Екі функцияның бөліндісінің туындысы бірінші функцияның туындысын екінші функцияға көбейтіп, ал екінші функцияның туындысын бірінші функцияға көбейтіп олардың айырымын екінші функцияның квадратына бөлгенге тең болады:

$$\left(\frac{u}{v}\right)'_x = \frac{u'_x v - u v'_x}{v^2}.$$

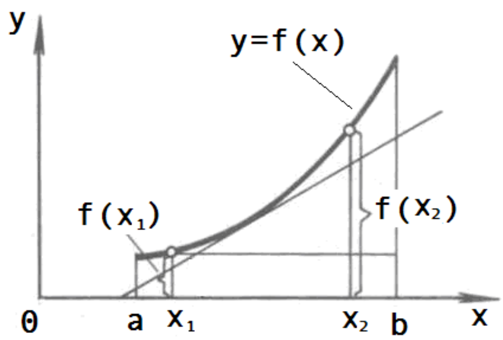
Қарапайым функциялар деп функция шамасы тек бір аргументке ғана тәуелді болатын функцияны айтады: y=f(x).
Күрделі функциялар деп функция аргументі басқа шамаға тәуелді болатын функцияны айтады: z=f(u), u=φ(x) немесе z=f(φ(x)).
Функцияның туындысының негізгі формулаларының кестесі:

Қарапайым функциялар	Күрделі функциялар
1. $(C)'_x = 0.$ 2. $(Cx)'_x = C(x)'_x.$ 3. $(x)'_x = 1.$	
4. $(x^n)' = nx^{n-1};$	$(u^n)' = nu^{n-1}u'_x$
5. $(a^x)'_x = a^x \ln a.;$	$(a^u)'_x = a^u u'_x \ln a$
6. $(e^x)'_x = e^x;$	$(e^u)'_x = e^u u'_x.$
7. $(\log_a x)'_x = \frac{1}{x \ln a};$	$(\log_a u)'_x = \frac{u'_x}{u \ln a}.$
8. $(\lg x)'_x = \frac{1}{x} 0,4343;$	$(\lg u)'_x = \frac{u'_x}{u \ln 10} \approx \frac{u'_x}{u} 0,4343$

9. $(\ln x)'_x = \frac{1}{x}$;	$(\ln u)'_x = \frac{u'_x}{u}$.
10. $(\sin x)'_x = \cos x$;	$(\sin u)'_x = \cos u \cdot u'_x$
11. $(\cos x)'_x = -\sin x$;	$(\cos u)'_x = -\sin u \cdot u'_x$
12. $(tgx)'_x = \frac{1}{\cos^2 x}$,	$(tgu)'_x = \frac{1}{\cos^2 u} u'_x$
13. $(ctgx)'_x = -\frac{1}{\sin^2 x}$,	$(ctgu)'_x = -\frac{1}{\sin^2 u} u'_x$
14. $(\arcsin x)'_x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;	$(\arcsin u)'_x = \frac{u'_x}{\sqrt{1-u^2}}$
15. $(\arccos x)'_x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;	$(\arccos u)'_x = -\frac{u'_x}{\sqrt{1-u^2}}$
16. $(arctgx)'_x = \frac{1}{1+x^2}$;	$(arctgu)'_x = \frac{u'_x}{1+u^2}$
17. $(arcctgx)'_x = -\frac{1}{1+x^2}$;	$(arcctgu)'_x = -\frac{u'_x}{1+u^2}$

Функцияны туынды арқылы зерттеу, оның өзгеру заңдылықтары мен туындысының қасиеттері арасындағы байланыстарға негізделген.

Егер кез келген «x_1» және «x_2» екі нүкте үшін осы аралықтағы $x_2>x_1$ жағдайында $f(x_2)\geq f(x_1)$ теңсіздігі орындалса, онда $y=f(x)$ функциясы]a, b[аралығында өсетін функция деп аталады.



Егер кез келген «x_1» және «x_2» екі нүкте үшін осы аралықтағы $x_2> x_1$ жағдайында $f(x_2)\leq f(x_1)$ теңсіздігі орындалса, онда $y = f(x)$ функциясы]a, b[аралығында кемитін функция деп аталады.

Егер x2> x_1 жағдайда $f(x_2)>f(x_1)$ теңсіздігі орындалса, онда у = f(x) функциясы қатал өсетін функция деп аталады.

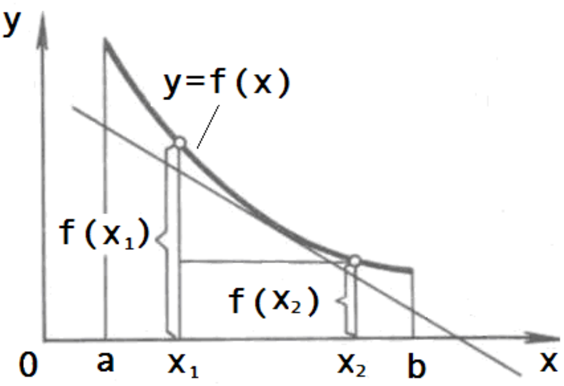
Егер x2> x_1 жағдайда $f(x_2)<f(x_1)$, теңсіздігі орындалса, онда у = f(x) функциясы қатал кемитін функция деп аталады.

Қатал өсетін және қатал кемитін функцияларды ырғақты (монотонды) деп атайды.

Қанның құрамындағы дәрілік заттың мөлшері ырғақты функцияға мысал болады.

Дәрілік затты бір рет енгізгенде, оның қандағы мөлшері уақыт өткен сайын кемитін функцияға жатады.

Дәрілік затты тамырға тұрақты жылдамдықпен үздіксіз енгізгенде, оның қандағы мөлшері уақыт өткен сайын өсетін функцияға жатады.



Ырғақсыз (немонотонные) функциялар да кездеседі. Мысалы, бір апта ішіндегі ауа температурасы ырғақсыз - функция.

Берілген аралықта дифференциалданатын функцияның өсуінің және кемуінің қажетті шарты:
1. Егер дифференциалданатын функция
y = f(x)]a, b[аралығында өссе, онда осы аралықтың кез келген «x» нүктесінде оның туындысы f '(x)≥0 болады.
2. Егер дифференциалданатын функция
y = f(x)]a, b[аралығында кемісе, онда осы аралықтың кез келген «x» нүктесінде оның туындысы f '(x)≤0 болады.
3. Егер дифференциалданатын функция
y = f(x)]a, b[аралығында өзгермесе «тұрақты болса), онда оның туындысы
f '(x) = 0 болады.
Берілген аралықта дифференциалданатын функцияның өсуінің және кемуінің жеткілікті шарты:
1. Егер]a, b[аралығында y = f(x) функциясының туындысы f '(x) оң болса, онда y = f(x) функциясы осы аралықта қатаң түрде өседі.
2. Егер]a, b[аралығында y = f(x) функциясының туындысы f '(x) теріс болса, онда y = f(x) функциясы осы аралықта қатаң түрде кемиді.
3. Егер]a, b[аралығында y = f(x) функциясының туындысы f '(x) нөлге тең болса, онда y = f(x) функциясы осы аралықта өзгермейді.

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5.Әдебиет:

Негізгі:

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.
9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.

2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Мататматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):

1. Функция туындысының мағынасы неде?
2. Күрделі функция тундысының қарапайым функция тундысынан айырмашылығы неде?
3. Функция туындысы фармацияда қандай мақсатта қолданылады?
4. Қандай жағдайда функция қатаң өседі?
5. Қандай жағдайда функция қатаң кемиді?
6. Функцияның өсуі және кемуінің қажетті шарттары.

№ 7 Дәріс

1. Тақырыбы: Функциияның дифференциалы
2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1. Функции дифференциалының туындымен байланысы.
2. Дифференциалдың қасиеттері.
3. Функция дифференциалдарының кестесі.
Дифференциалдың функция туындысынан айырмашылығы неде?

Туындының анықтамасынан: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = y'$

Егер туындының шегін өте аз «α» оң санмен алмастырса: $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = y' + \alpha \quad \Delta y = y'\Delta x + \alpha \cdot \Delta x,$

Екінші қосылғыш шама жағынан аз шамадан да дәреже шамасына аз болады, сондықтан аз шаманы аз шамаға көбейткенде, көбейтінді нөлге ұмтылады:

$\alpha \cdot \Delta x \to 0$

Бұл жағдайда жуықтап алғанда өсімше «Δ», «d» таңбасымен алмастырылады:

$\Delta \approx d \quad dy = y'dx + 0$

Функция өсімшесінің негізгі сызықты бөлігі функцияның дифференциалы деп аталады:

$$dy = y'dx$$

Функцияның дифференциалы жуықтап есептеулерде қолданылыды.
Функция дифференциалы қалай анықталады?
Функция дифференциалы анықтау үшін берілген функцияның бірінші ретті туындысын анықтап, оны тәуелсіз аргументтің дифференциалына көбейту керек.
Мысал. y=2x3-4x+5 функциясы берілген.
Функцияның дифференциалын табу керек:
dy=(y)'dx=(2x3-4x+5)'dx=(6x2-4)dx.
Дифференциалдың қасиеттері:

1. Тұрақты шаманың дифференциалы нөлге тең:

y = c, мұндағы c- тұрақты шама, y' = 0, dc =0.
2. Бірнеше функциялардың алгебралық қосындысы және айырымының дифференциалы, сол функциялардың дифференциалдарының алгебралық қосындысы және айырымына тең болады: в(г + м - ц) = вг + вм - вцю
3. Тұрақты көбейткіш өзгеріссіз дифференциалдың сыртына шығарылады: d(cu) = c du
4. Екі көбейткіштің дифференциалы - бірінші көбейткішті екінші көбейткіштітің дифференциалына, ал екінші көбейткішті бірінші көбейткіштітің дифференциалына көбейтіп, бір-біріне қосқанға тең болады: d (uv) = u dv + v du.
5. Бөлшектің дифференциалы- бөлгішті бөліндінің дифференциалына, ал бөліндіні бөлгіштің дифференциалына көбейтіп, оларды бір-бірінен шегеріп, бөлгіштің квадыратына бөлгенге тең болады:

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - udv}{v^2}$$

6. Күрделі функцияның дифференциалы (y=f(u), u=g(x) – функциядан алынған функция) осы функцияның туындысына күрделі аргументің дифференциалын көбейткенге тең болады:
df(u) = f '(u)du
Функций дифференциалдарының кестесі:

$$1.\, dx^n = nx^{n-1}dx.$$
$$2.\, da^x = a^x \ln a dx.$$
$$3.\, d(\log_a x) = \frac{dx}{x \ln a}.$$
$$d(\ln x) = \frac{dx}{x}.$$
$$4.\, d(\sin x) = \cos x dx.$$
$$5.\, d(\cos x) = -\sin x dx.$$
$$6.\, d(tgx) = \frac{dx}{\cos^2 x}.$$
$$7.\, d(ctgx) = -\frac{dx}{\sin^2 x}.$$
$$8.\, d(\arcsin x) = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$
$$9.\, d(\arccos x) = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$
$$10.\, d(arctgx) = \frac{dx}{1+x^2}.$$
$$11.\, d(arcctgx) = -\frac{dx}{1+x^2}.$$
$$12.\, df(u) = f'(u)du$$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.
5.Әдебиет:
Негізгі:
1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-

методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. ІІ-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.
9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):

1. Дифференциалдың функция туындысынан айырмашылығы неде?
2. Функция дифференциалы қалай анықталады?

№ 8 Дәріс

1. Тақырыбы: Функциянының сызбасын салу
2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.
3. Дәріс тезистері:
Дәріс жоспары:
1. Функциянының сызбасын салудың алгоритмі.
2. Функцияның сызбасын мысал арқылы салу.

Функциянының сызбасын салудың алгоритмі:
1. Функцияның анықталу облысын табу.
2. Функцияның симметриялығын анықтау (функцияны тақ, жұп екенін зерттеу).
3. Функцияның үздіксіздігін, периодтылығын зертту.
4. Функцияны үзілу нүктесінің екі жағындағы өзгеруін қарастыру.
5. Функцияның шексіздікке өзгеруін анықтау.
6. Функция сызбасының координата өстерімен қиылысу нүктелерін табу.
7. Функцияның өсу, кему аралықтарын және экстремум нүктелерін табу.
8. Иілу нүктесін анықтау.
9. Ойыс және дөңес аралықтарын анықтау.
10. Барлық анықталған мәндерді бір кестеге келтіру және функцияның сызбасын салу.

Функцияның сызбасын мысал арқылы салу: y = x3 - 3x
1. Функция барлық x €]-∞, + ∞[анықталған.
2. Функцияның өсу және кему аралығын анықтау:
- Бірінші ретті туындыны анықтау: f '(x) = 3x2 – 3.
- Егер f '(x)>0 болса, берілген аралықта функция өседі: f '(x) = 3x2 - 3 > 0 (x2> 1, немесе |x| > 1).

Сондықтан y = x3 - 3x функциясы]-∞, -1[и]1, + ∞[аралықта өседі.
- Егер f '(x)<0 болса, берілген аралықта функция кемиді: f '(x) = 3x2 - 3 < 0 (x2 <1, немесе -1< x <1).

Сондықтан y = x3 - 3x функциясы]-1,1[аралықта кемиді.
3. Критикалық нүктелерді анықтау және олардың сипатын зертте:
- Бірінші ретті туындыны (f '(x) = 3x —3 = 0) нөлге теңей отырып, (x1 = -1, x2= 1) критикалық нүктелерді анықтау.
- Бірінші ретті туындының x1 = -1 және x2 = 1 нүктелердің айналасындағы таңбасын анықтау.
- x1 = -1 нүктесі үшін: f '(-2) = 3(-2)2 -3 = 9 > 0. Сондықтан, x1 = «-1» - максимум нүктесі, ал

функцияның максимумы: f(-1) = (-1)3 - 3(-1) = 2.
- x2 =1 нүктесі үшін: f '(0)=3(0)2 – 3 = -3 < 0.

Сондықтан, x2 = «1» - минимум нүктесі, ал функцияныңм инимумы: f(1)= (1)3 - 3(1) = - 2
4. Үздіксіз қисықтың ойыс аймағынан дөңес аймағын бөлетін иілу нүктесі деп аталатын нүктені анықтау:
- f ''(x) = 6x = 0 - екінші ретті туындыны.
- x = 0 = 0 - иілу нүктесінің абсциссасы.
- f(0) = 03 - 3 • 0 = 0 – иілу нүктесінің ординатасы.
- O(0; 0) – иілу нүктесінің координаты.

5. Ойыс және дөңес аралықтарын анықтау:
- f ''(x) = 6x < 0 шарты орындалса, қисық дөңес x<0 болады.

Сондықтан]-∞, 0[аралығында қисық дөңес болады.
- f ''(x) = 6x > 0 шарты орындалса, қисық ойыс x > 0 болады.

Сондықтан]0, +∞[аралығында қисық ойыс болады.
6. Қисықтың «Ох» өсімен қиылысу нүктесін анықтау. Ол үшін теңдеулер жүйесін құру және қисықтың «Ох» өсімен қиылысу нүктесін табу: $\left.\begin{aligned} y &= x^3 - 3x \\ x &= 0 \end{aligned}\right\}$

- Теңдеулер жүйесіндегі x=0 деп, y=0 анықтау.
- Қисықтың «Ох» өсімен қиылысу нүктесінің координатасы: O(0; 0).

7. Қисықтың «Оу» өсімен қиылысу нүктесін анықтау. Ол үшін теңдеулер жүйесін құру және қисықтың «Оу» өсімен қиылысу нүктесін табу: $\left.\begin{aligned} y &= x^3 - 3x \\ y &= 0 \end{aligned}\right\}$

- Теңдеулер жүйесіндегі y=0 деп x1= 0; x2= √3;

x3= -√3 мәндерін анықтау.

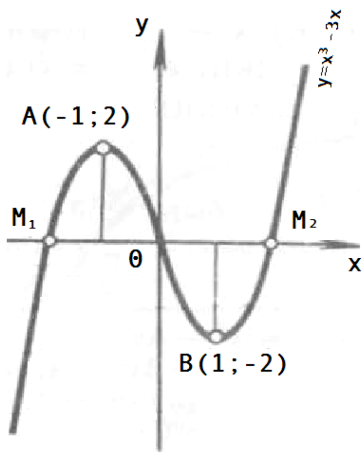
- Қисықтың «Оу» өсімен қиылысу нүктесінің координатасы: M1(-√3; 0); M2(√3; 0).

8. Зерттеу нәтижелерін кестеге енгізу:

x	-1	0	1	-√3	√3
f(x)	2	0	-2	0	0
f '(x)	0	-3	0		
f "(x)	-6	0	+6		
Нүкте сипаты	max	иілу	min		

9. y=x3-3x функцияның сызбасын салу:

Барлық нүктелердің координаталары:
1. O(0; 0) – иілу нүктесі.
2. A(-1; 2) – max нүктесі.
3. B(1; -2) – min нүктесі.
4. O(0; 0) - қисықтың «Ох» өсімен қиылысу нүктесі.
5. M1(-√3; 0); M2(√3; 0) – қисықтың «Оу» өсімен қиылысу нүктелері.



4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5. Әдебиет:

Негізгі:

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.

7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.
9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмаганбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Мататематика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):

1. Функция сызбасын салу қандай тізбелерден тұрады?
2. Иілу нүктесі деп қандай нүктені айтады?

№ 9 Дәріс

1. Тақырыбы: Анықталмаған интеграл. Анықталмаған интегралдың негізгі қасиеттері. Анықталмаған интегралды есептеу әдістері.

2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.

3. Дәріс тезистері:

Дәріс жоспары:

1. Анықталмаған интеграл.

2. Анықталмаған интегралдың негізгі қасиеттері.
3. Анықталмаған интегралдың негізгі формуллалары.
4. Анықталмаған интегралды есептеудің әдістері

Анықталмаған интегралдың функция дифференциалынан айырмашылығы неде?

Функция дифференциалы арқылы үдерістің өзгерісін анықтауға болады, ал функцияның өзгерген түрінен оның бастапқы түрін яғни алғашқы функциясын табу үшін анықталмаған интеграл деген ұғым қолданылады.

Егер берілген F(x) функциясының туындысы f(x), дифференциалы f(x)dx болса, онда алғашқы функциялардың жиыны F(x)+C f(x)dx-тің анықталмаған интегралы деп аталынады.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Мұндағы:

$\int$ - анықталмаған интегралдың белгісі, x – тәуелсіз аргумент, f(x) – интеграл астындағы функция, f(x)dx – интеграл астындағы шама, F(x) – алғашқы функция, C – тұрақты шама.

Анықталмаған интегралдың негізгі қасиеттері:

1. Анықталмаған интегралдан алынған туынды интеграл астындағы функцияға тең болады:

$$\left(\int f(x)dx\right)'_x = f(x)$$

2. Анықталмаған интегралдың дифференциалы интеграл астындағы шамаға тең болады:

$$d\int f(x)dx = f(x)dx$$

3. Алғашқы функцияның дифференциалынан алынған анықталмаған интеграл сол алғашқы функцияның өзіне және тұрақты шамаға тең болады: $\int dF(x) = F(x) + C$

4. «k» тұрақты шама интегралдың алдына өзгерісіз шығарылады: $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

5. Бірнеше функциялар қосындысының не айырымының интегралы, сол функциялардың интегралдарының қосындасына не айырымына тең болады:

$$\int \left(f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)\right)dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx - \int f_3(x)dx$$

Интегралдаудың негізгі формулалары:

1. $\int dx = x + C.$
2. $\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C; (n \neq -1).$
3. $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x| + C.$
4. $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C.$
5. $\int e^x dx = e^x + C.$
6. $\int \cos x dx = \sin x + C.$
7. $\int \sin x dx = -\cos x + C.$
8. $\int \dfrac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C.$
9. $\int \dfrac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C.$
10. $\int \dfrac{dx}{1+x^2} = arctgx + C.$
11. $\int \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C.$
12. $\int tgxdx = -\ln|\cos x| + C.$
13. $\int ctgxdx = \ln|\sin x| + C.$

Анықталмаған интегралды есептеудің әдістері:

1. Тікелей интегралдау әдісі:

Бұл әдіс интеграл астындағы функция тікелей кестелік формулаға сәйкес келгенде немесе интегралдың қасиеттерін пайдалана отырып кестелік формулаға келтірілгенде қолданылады.

1. $\int (5x^2 + 2x - 3)dx = 5\int x^2 dx + 2\int xdx - 3\int dx = 5\dfrac{x^3}{3} + 2\dfrac{x^2}{2} - 3x + C = \dfrac{5}{3}x^3 + x^2 - 3x + C$

$$2.\int(x^4+7^x)dx=\int x^4dx+\int 7^x dx=\frac{x^5}{5}+\frac{7^x}{\ln 7}+C$$

2. Айнымалыны ауыстыру арқылы интегралдау әдісі:

Бұл әдіс $\int f(x)dx$ интегралындағы «х» аргументі күрделі (х=(φt)), яғни f(x) функциясының алғашқы функциясын бірден табуға мүмкіндік болмаған жағдайда $x=\varphi(t)$ алмастыруы арқылы берілген интегралды анықтау үшін қолданылады.

Жаңа функция мына түрде жазылады: $\int f(x)dx=\int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$

Бұл формула анықталмаған интегралдың айнымалыны ауыстыру әдісінің формуласы деп аталады.

$$\int\frac{\mathrm{dx}}{\sqrt{2\mathrm{x}+3}}=\left|\begin{array}{l}2x+3=t\\ d(2x+3)=dt\\ 2dx=dt\\ dx=\dfrac{dt}{2}\end{array}\right|=\int\frac{\frac{dt}{2}}{\sqrt{t}}=\frac{1}{2}\int t^{-\frac{1}{2}}dt=\frac{1}{2}\frac{t^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1}+C=\frac{1}{2}\frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+C=t^{\frac{1}{2}}+C=\sqrt{t}+C$$

3. Бөлектеп интегралдау әдісі:

Бұл әдіс интеграл астындағы функция әртүрлі екі u=u(x) және v=v(x) функцияларының көбейтіндісі түрінде берілгенде қолданылады.

Егер бұл функциялар дифференциалданса, онда d(uv) = vdu + udv алынады, осыдан udv = d(uv) –vdu анықталады.

Егер екі жағын интегралдыса**, онда бөліктеп интегралдаудың формуласы алынады:**

$$\int udv=u\cdot v-\int vdu$$

$$\int xe^xdx=\left|\begin{array}{l}u=x\\ du=dx\\ d\vartheta=\ell^xdx\\ \int d\vartheta=\int\ell^xdx\\ \vartheta=e^x+c;c=0\end{array}\right|=xe^x-\int e^xdx=xe^x-e^x+c=e^x\left(x-1\right)+c$$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5.Әдебиет:

Негізгі:

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013

2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.

3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.

4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.

5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.

6. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.

7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.

9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмағанбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):

1. Анықталмаған интегралдың функция дифференциалынан айырмашылығы неде?
2. Анықталмаған интегралдың қандай қасиеттерін білесіздер?
3. Интегралдау әдістері.

№ 10 Дәріс

1. Тақырыбы: Анықталған интеграл. Анықталған интегралдың негізгі қасиеттері және есептеу әдістері. Анықталған интегралдың қоданылуы

2. Мақсаты: Студенттерге түсіндіру.

3. Дәріс тезистері:

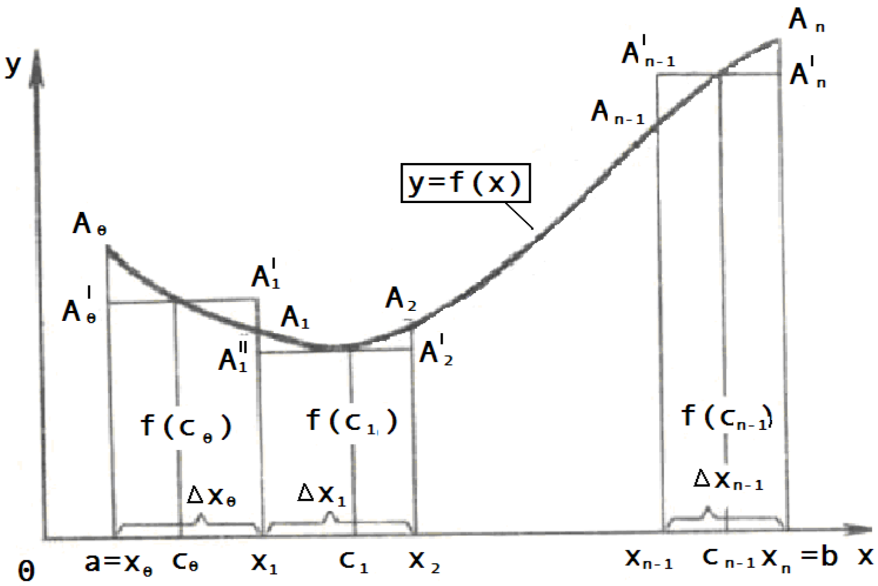
Дәріс жоспары:

1. Анықталған интеграл.
2. Анықталған интегралдың негізгі қасиеттері.
3. Анықталмаған және анықталған интегралдың арасындағы байланыс.

4. Интегралдаудың әдістері.
5. Жазық фигуралардың ауданын есептеу.
6. Айнымалы күш жұмысы

Анықталған интеграл ұғымы математикада, фармацияда, инженерлік технологияда және қолданбалы ғылымдарда кең түрде қолданылады. Оның көмегімен қисық сызықпен шектелген аудандарды, доғаның ұзындығын, еркін денелердің көлемін, айнымалы күштің жұмысын, жылдамдықты, денелердің инерция моментін және т.с.с. есептейді.

Анықталған интеграл ұғымына келтіретін қисық сызықты трапецияның ауданын есептеуді қарастырайық. y = f(x) қисығы, [a, b] кесіндісі, «Ox» өсі, x=a және x=b түзулерімен шектелген фигура қисық сызықты трапеция деп аталады.



Егер [a, b] кесіндісінде f(x)>0 болса, онда қисық сызықты трапеция «Ox» өсінің үстінде лрналасады.

Ауданы «S» қисық сызықты трапецияның «S» ауданын есептеу үшін [a, b] кесіндісін еркін түрде «n» бөлікке бөлейік.

Бөлу нүктесі: $a = x0 < x1 < x2 < ... < xn\text{-}1 < xn = b$.

Бұл нүктелерден қисық сызықпен қиылысқанша перпендикуляр тұрғызайық. Осы нүктелердегі функцияның мәні: y= f(x0); y1= f(x1); y2= f(x2); ... ; yn-1= f(xn-1); yn= = f(xn).

Осының нәтижесінде қисық сызықты трапецияның ауданы «n» элементар қисық сызықты трапециялардың аудандарының қосындысына бөлінеді.

Δx0, Δx1,… Δxn-1 аралықтарынан еркін түрде
c0, c1, c2,… cn-1 нүктелерін алайық. Осы нүктелерден y = f(x) қисығымен қиылысқанша перпендикуляр жүргізейік.

f(c0), f(c1), f(c2), …, f(cn-1) - ординаталары алынады.

Нәтижесінде негізі Δx0, Δx1,… Δxn-1, ал биіктігі f(c0), f(c1), f(c2),… f(cn-1). ординаталары болатын сатылы тік бұрыштар аланады.

Бұл фигура - A0' A1' A1''A2' … An‘ сынық сызықтарымен шектелген.

Алынған сатылы фигураның «Sn» ауданы «n» санына және Δxi (i = 0,1,2,…,n-1) кесіндінің ұзындығына тәуелді болады..

«n» санын шексіз арттырғанда және «Δxi » аралығын мүмкіндігінше азайтқанда, «Sn» сатылы фигураның ауданы «S» трапецияның ауданына жақындайды.

Сонымен қисық сызықты фигураның ауданын сатылы фигураның ауданы ұмтылатын шегі деп атауға болады.

«Sn»ауданы берілген аралықтағы барлық тұрғызылған тік бұрыштардың аудандарының қосындысына тең болады:

Sn = f(c0) Δx0 + f(c1) Δx1 +…+ f(cn-1) Δxn-1 $= \sum_{i=0}^{n-1} f(c_i)(\Delta x_i).$

Егер бөлетін «n» санын «Δxi» аралықтың ең үлкен ұзындығы нөлге ұмтылатындай етіп шексіз ұлғайтқанда, қисық сызықты трапецияның ауданы әрбір қосындысы кесіндінің f(ci) нүктксіндегі функцияның мәні мен «Δxi» аралық мәнініі көбейтіндісінен тұратын қосындының шегіне тең болады.

$$S = \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(c_i)(\Delta x_i).$$

Бұл қосынды [a, b] аралығындағы y = f(x) функциясының интегралды қосындысы деп аталады.
Егер интегралды қосындының соңғы шегі бар болса, онда бұл шекті [a, b] аралығындағы y = f(x) функциясының анықталған интегралы деп атайды:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(c_i)(\Delta x_i).$$

мұндағы, f(x) – инеграл асты функция, «x» -интеграл айнымалысы, «a» саны- интегралды төменгі, «b» саны- жоғарғы шегі деп аталады.
Анықталған интеграл – шамасы y = f(x) функцияның түріне, жоғарғы және төменгі шектерінің мәніне байланысты болатын тұрақты сан. Қисық сызықты трапецияның ауданы негізі [a, b] аралығынан шектеулі трапециядан алынған функция интегралына сан жағынан тең болады: $S = \int_a^b f(x)dx.$

Анықталған интегралдың негізгі қасиеттері:
1. Анықталған интеграл интегралданатын айнымалылырдың белгілеулеріне байланысты болмайды:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du = \ldots$$

2. Берілген [a, b] аралығындағы f1(x), f2(x), ... , fn(x) функцияларының қосындысының анықталған интегралы, сол функциялардан алынған анықталған интегралдардың қосындысына тең болады:

$$\int_a^b (f_1(x) + f_2(x) + \ldots + f_n(x))dx = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx + \ldots + \int_a^b f_n(x)dx$$

3. «k» тұрақты шама анықталған интегралдың алдына өзгерісіз шығарылады:

$$\int_a^b k\, f(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$$

4. Егер жоғары және төменгі шектердің орнын ауыстырса, онда анықталған интеграл өз таңбасын қарама-қарсы таңбаға өзгертеді:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

5. Егер жоғары және төменгі шектер бір-біріне (b=a) тең болса, онда анықталған интеграл

нөлге тең болады: $\int_a^b f(x)dx = 0$ $\int_a^b dx = b - a$

7. Егер төменгі интеграл бар болса, $\int_a^c f(x)dx$ и $\int_c^b f(x)dx$ онда осы интеграл $\int_a^b f(x)dx$ «a», «b», «c» нүктклкрінің кез келген өз ара орналасуы үшін төменгі түрде орындалады: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

8. Егер f(x)≥0 болса, онда $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

Анықталған интеграл тұрақты санды, ал анықталмаған интеграл алғашқы функциялардың жиынын сипаттайды, бірақ анықталған және анықталмаған интегралдардың ұқсас жалпы белгіленуі, олардың арасында тығыз байланыстың бар екендігін көрсетеді.

Анықталған және анықталмаған интегралдардың арасындағы байланысты Ньютон – Лейбниц формуласы орнатып берді: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Анықталған интегралдың шамасы интеграл асты функцияның жоғарғы және төменгі шегіндегі кез келген алғашқы функцияларының айрымына тең болады.

Анықталған интегралды есептеудің әдістері:

1. Тікелей интегралдау:

Бұл әдіс интеграл астындағы функция тікелей кестелік формулаға сәйкес келгенде немесе интегралдың қасиеттерін пайдалана отырып кестелік формулаға келтірілгенде қолданылады.

$$\int_1^2 (2x+3)dx = \int_1^2 2xdx + \int_1^2 3dx = 2\int_1^2 xdx + 3\int_1^2 dx = 2\frac{x^2}{2}\Big|_1^2 + 3x\Big|_1^2 = (2^2 - 1^2) + 3(2-1) = 6$$

2. Айнымалыны ауыстыру арқылы интегралдау:

Бұл әдіс $\int f(x)dx$ интегралындағы «x» аргументі күрделі (x=(φt)), яғни f(x) функциясының алғашқы функциясын бірден табуға мүмкіндік болмаған жағдайда $x = \varphi(t)$ алмастыруы арқылы берілген интегралды анықтау үшін қолданылады.

Жаңа функция мына түрде жазылады: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$

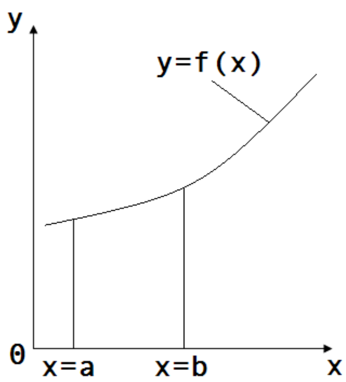
Бұл формула анықталмаған интегралдың айнымалыны ауыстыру әдісінің формуласы деп аталады.

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x}} = \left| \begin{array}{c} 4 - x = t \\ d(4-x) = dt \\ dx = -dt \\ t_1 = 4 \\ t_2 = 2 \end{array} \right| = -\int_4^2 \frac{dt}{\sqrt{t}} = -\int_4^2 t^{-\frac{1}{2}}dt = -2\sqrt{t}\Big|_4^2 = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{4} = -2\sqrt{2} + 4 = 1{,}18$$

3. Бөлектеп интегралдау:
Бұл әдіс интеграл астындағы функция әртүрлі екі u=u(x) және v=v(x) функцияларының көбейтіндісі түрінде берілгенде қолданылады.
Егер бұл функциялар дифференциалданса, онда d(uv) = vdu + udv алынады, осыдан udv = d(uv) –vdu анықталады.
Егер екі жағын интегралдыса, онда бөліктеп интегралдаудың формуласы алынады:

$$\int_a^b udv = u\cdot v\Big|_a^b - \int_a^b vdu$$

$$\int_1^2 \ln xdx = \left| \begin{array}{l} \ln x = u \\ d\ln x = du \\ \dfrac{dx}{x} = du \\ dx = dv \\ \int dx = \int dv \\ x = v \end{array} \right| = x\ln x\Big|_1^2 - \int_1^2 x\frac{1}{x}dx = 2\ln 2 - \ln 1 - x\Big|_1^2 = 2\ln 2 - 2 + 1 = 2\ln 2 - 1$$

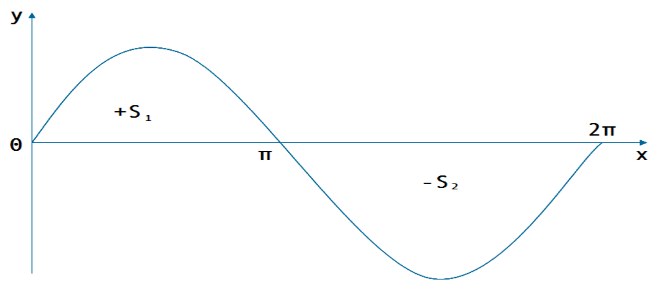


Жазық фигуралардың ауданын есептеу: [a, b] аралығында y = f(x) функциясы үздіксіз.

Егер y = f(x), y = 0, x = a, x = b сызықтарымен шектелген қисық сызықты трапецияның ауданы f(x)>0 болса, онда осы аудан- анықталған интегралға тең болады:

$$S = \int_a^b f(x)dx.$$

Мысал. y=sinx синусойдасы және 0≤x ≤2π аралығындағы Ox өсімен шектелген фигураның ауданын анықтау керек.



Шешуі: [0, 2π] аралығын екі [0, π] және [π, 2π] бөлікке бөлеміз.
[0, π] аралығында sin x≥0 болады, сондықтан:

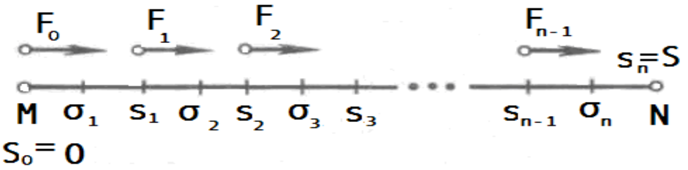
$$S_1 = \int_0^{\pi} \sin xdx = -\cos x\Big|_0^{\pi} = -(\cos\pi - \cos 0) = 2\text{кв.өлшем.}$$

[π, 2π] аралығында sin x≤0 болады,сондықтан:

$$S_2 = \left|\int_{\pi}^{2\pi} \sin xdx\right| = \left|-\cos x\Big|_{\pi}^{2\pi}\right| = \left|-(\cos 2\pi - \cos\pi)\right| = 2\,\text{кв.өлшем.}$$

Фигураның ауданы: S = S1 + S1 = 2 + 2 = 4 кв.өлшем.

Айнымалы күш жұмысы:
Дене «MN» түзуі бойымен шамасы F=f(s) болатын айнымалы күш әсерінен қозғалады.
Күштің бағыты қозғалыстың бағытымен бағыттас.
Денені «M» жағдайынан «N» жағдайына ауыстыратын күштің атқаратын жұмысын анықтау керек.
Дененің «MN» жүріп өткен жолын s0=0, s1, s2, …, sn-1, sn = S нүктелері арқылы «n» элементар бөліктерге бөлеміз.
Әрбір элементар бөліктерден σi (i=0,1,2,…,n) нүктені таңдап аламыз.
Бұл кезде әрбір элементар бөліктегі f(σi) күші тұрақты болады.
f(σi) Δsi көбейтіндісі жуықтап алғанда Δsi жүрілген жолдағы күш әсерінен атқарылатын жұмысқа тең болады:



Элементар аралықтардағы жұмыстың қосындысы:

$$A=\lim_{\max \Delta s_i \to 0}\sum_{i=0}^{n-1} f(\sigma_i)\Delta s_i=\int_0^S f(S)ds \quad немесе \quad A=\int_0^S f(S)ds$$

F=f(s) айнымалы күштің жұмысы сан жағынан «S» жүрілген жолдан алынған интегралға тең болады.
Мысал:
t = 0°C температурадағы, бір моль идеал газдың кері изотермиялық үдеріс кезінде 2,24 · 10-3 -нен 22,4 · 10-3 м3 –қа ұлғайғанда атқаратын жұмысын есептеу керек.
Шешуі: Бір моль идеал газдың кері изотермиялық үдеріс кезінде қысымы p = RT/V болады.
Газдың көлемі «dV» шамасына өзгергенде, атқарылатын элементар жұмыс dA = pdV болдаы.
Газдың көлемі V1 –ден V2 –ге ұлғайғанда атқарылатын толық жұмыс:

$$A=\int_{V_1}^{V_2} pbV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{RT}{V}dV=RT\ln V\Big|_{V_1}^{V_2}=RT\ln\frac{V_2}{V_1}=8{,}32\cdot 273\ln\frac{22{,}4\cdot 10^{-3}}{2{,}24\cdot 10^{-3}}=5{,}23\,кДж.$$

4. Иллюстрациялық материал: Презентация, слайдтар.

5.Әдебиет:

Негізгі:

1. Математика: учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013
2. Рахимжанова С. К. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023.- 188 с.
3. Рахимжанова С. К. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: оқу-әдістемелік құрал/ С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 184 бет.
4. Крофт, Э. Математика негіздері. 2-бөлім: оқулық.- Алматы: ҚР жоғары оқу орындарының қауымдастығы, 2014. - 324 бет.
5. Математика. 1-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев Алматы: Эверо, 2014. - 144 бет.
6. Математика. II-бөлім: оқулық / Қ. Ж. Құдабаев - Алматы: Эверо, 2014. - 176 бет.
7. Базарбекова А.А. Жоғары математика: оқулық/ Базарбекова А.А., Базарбекова А.Б.- Алматы: ЭСПИ, 2023. 8. Аширбаева Н.Қ. Жоғары математика курсының негіздері: оқу құралы.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 304 б.

9. Ахметова А.У. Математический анализ: учебное пособие/ Ахметова А.У., Каратаева Д.С.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 132 с.

Қосымша:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера: монография/ М.Б. Иванова. - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020. - 100 с.
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі оқулық/ Қ.И. Қаңлыбаев, О.С. Сатыбалдиев, С.А. Джанабердиева; ҚР БҒМ.- Алматы: Дәуір, 2013. - 368 бет
3. Искакова А.С. Решение задач теории вероятностей в системе Matlab: учебное пособие/ А.С. Искакова.- Алматы: ЭСПИ, 2023. - 204 с.

Электронды басылымдар:

1. Иванова М. Б. О базисности собственных и присоединенных функций несамосопряженных краевых задач для одномерного уравнения Шредингера [Электронный ресурс]: монография/ М.Б. Иванова.- Эл.текст.дан. (1,131 КБ). - Шымкент: Әлем баспаханасы, 2020.- эл. опт. диск.
2. Математика, математиканы оқыту әдістемесі/ Математика, методика преподования математики, оқу құралы. - Қарағанды 2017 https://aknurpress.kz/reader/web/1884
3. Математикалық анализ және аналитикалық функциялар теориясының бастамалары: оқу құралы. Қарағанды. 2015 https://aknurpress.kz/reader/web/1691
4. В.Р. Чудиновских, А.Ш. Каипова. Практические работы по высшей математике: учебное пособие. – Караганда: Издательство «АҚНҰР».– 2016. – 174 с. https://aknurpress.kz/reader/web/1109
5. Математика 1. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 226 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2080
6. Математика 2. Кощанова Г.Р./ оқу құралы: Алматы 2019, 129 б. https://aknurpress.kz/reader/web/2081
7. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева. Математика. 1 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/
8. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С.Қыдырбаева. Математика. 2 бөлім: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020. 144 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/
9. Нурмағамбетов Д.Е. Медицинадағы жоғары математика негіздері: Оқу құралы/ Д.Е. Нурмағамбетов, М.О. Нурмаганбетова.- Алматы: «Эверо» баспасы, 2020, 116 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/711/
10. Құдабаев Қ.Ж. Матаматика: оқу құралы.– Алматы: Эверо, 2020.– 136 б. https://elib.kz/ru/search/read_book/3091/

6. Бақылау сұрақтары (кері байланысы):

1. Сатылы фигураның ауданы неге тәуелді болады?
2. Қандай қосынды интегралдық қосынды деп аталады?
3. Анықталған интеграл деп нені айтады?
4. Анықталған интегралдың қандай негізгі қасиеттерін білесіздер?
5. Анықталған интегралдың міні қалай анықталады?
6. Жазық фигуралардың ауданы қалай анықталады?
7. Айнымалы күштің атқаратын жұмысы қалай анықталады?